Doi: 10.34120/0085-035-139-014

فاعلية التدريس بالتمثيلات الرياضية على تحصيل متعلمات الصف السادس في مفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية وتحسين الكفاءة الذاتية في مادة الرياضيات بدولة الكويت

د. نهى راشد الرويشد

كلية التربية – جامعة الكويت

دولة الكويت

الملخص

تهدف هذه الدراسة إلى تعرف مدى فاعلية استخدام التمثيلات الرياضية في تدريس كل من مفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية، وفي تحسين الكفاءة الذاتية في مادة الرياضيات لدى متعلمات الصف السادس بدولة الكويت. ولتحقيق هدف الدراسة، استخدم المنهج شبه التجريبي؛ حيث قامت الباحثة بانتقاء عينة قوامها 52 متعلمة، قسمت إلى مجموعتين: مجموعة ضابطة، تتكون من 26 متعلمة تدرّس بالطريقة المعتادة، ومجموعة تجريبية، تتكون من 26 متعلمة، تدرّس بالتمثيلات الرياضية. وبني اختبار تحصيلي في مفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية، واستخدمت أيضاً استبانة الكفاءة الذاتية في الرياضيات. توصلت الدراسة إلى أن تدريس المتعلمات في الصف السادس باستخدام التمثيلات الرياضية كان فعالاً في زيادة التحصيل لديهن في هذا الجزء، كذلك كان فعالاً في تحسين الكفاءة الذاتية في الرياضيات، ومن ثم قدمت الدراسة عدداً من التوصيات، منها ضرورة عقد دورات وورش عمل للمعلمين لمعرفة تصميم أنشطةالتمثيلات الرياضية البسيطة الحسية والتكنولوجية، وتشجيعهم على إشراك المتعلمين في تصميم التمثيلات الرياضية وبنائها.

الكلمات المفتاحية: التمثيلات الرياضية، الكفاءة الذاتية في مادة الرياضيات، التحصيل الدراسي.

المقدمة والإطار النظري

تعد مادة الرياضيات مادةً مرتبطةً بحياة الفرد، ومتداخلةً معها، وشاملةً لمختلف جوانبها العلمية والعملية. ومن خلال معرفته بها يتمكن من فهم الأشياء

وإدراك العلاقات بين النظرية والواقع، معتمداً على أطر مفاهيمية ومعلوماتية وحقائق متنوعة، وموظفاً لما تعلمه من معرفة جديدة. ولهذا فإن طرق تدريس الرياضيات وأساليبها المتنوعة تعد حجر الأساس في تعليم الأسس الرياضية بطريقة فعالة لتصب في البناء المعرفي للمتعلمين. ونظراً لطبيعة الرياضيات كبناء معرفي منظم له لغته وخصائصه وعلاقات بين المفاهيم المجردة والمحسوسة وبين مفاهيم العلوم الأخرى فرج الله، 2014)، فإن استخدام التمثيلات المتعددة تعد حاجةً أساسيةً للربط بين المعلومات اللفظية والبصرية، وتحسين عملية التعلم، وتنظيمها بصورة بصرية تساعد المتعلم على تحويل المعلومات إلى أشكال متعددة؛ ومن ثم يسهل تعرف العلاقات بينها، والأمر بذلك يرتكز – بشكل كبير– على اختيار أساليب ومداخل متنوعة في التدريس، تزيد من قدرة المتعلمين على فهم العلاقات؛ بوصف ذلك أساساً في عملية التعلم وحل المشكلات، وتقليل الاعتماد على حفظ المعلومات الصبحي، 2015).

إن عملية تعلم مادة الرياضيات وتعليمها بجميع فروعها، عملية تفاعلية وتراكمية، معتمدةً على مناهج نوعية، مطلبها الأساسي أن يكون تعلم الرياضيات فيها مبنياً على الفهم؛ لتيسير اكتساب المعرفة الجديدة، ومزوداً بوسائل تقنية مناسبة؛ يحرص المعلمون فيها على مساعدة المتعلمين على اتخاذ القرارات، والتأمل، والتعليل، مع الأخذ بعين الاعتبار الفروق الفردية بينهم في التعلم (NCTM, 2000). ومن خلال هذا التوجه وضع المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (2013) إطاراً عاماً يحتوي على معايير خاصة بالعمليات، وهي: حل المشكلات والتعليل والبرهان والتواصل والترابط والتمثيل الرياضي، على أن تكون هذه المعايير محوراً أساسياً لمناهج الرياضيات المدرسية في مختلف المراحل التعليمية؛ وهو ما يؤدي إلى تغيير في عملية تدريس الرياضيات وتطويرها.

ويعتبر التمثيل الرياضي إحدى أهم الركائز في تعليم الرياضيات وتعلمها؛ كونه عاملاً أساسياً في ترسيخ المفاهيم الرياضية في أذهان المتعلمين وذاكرتهم، واستخدام الأفكار في اكتساب مهارة التفكير الرياضي، ويعتبر كذلك من الأدوات

الفعّالة للتغلب على صعوبة إدراك المتعلم للمفاهيم الرياضية وإجراءاتها، ويمكن من خلاله تطوير هذه المفاهيم وتعميق علاقاتها من خلال الانتقال من التعلم بالمحسوسات إلى المجرد باستخدام الرسومات البيانية أو العبارات الرمزية والأشكال، التي من شأنها مساعدة المتعلمين على ربط أفكارهم المتشابهة للمفهوم الواحد بمفاهيم أخرى، واستخدامها لتنظيم الظواهر الطبيعية والرياضية، وتفسيرها وجعلها أكثر واقعية (NCTM, 2000). وكانت منظمة المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (2013) حددت ثلاثة معايير رئيسية للتمثيل الرياضي للصفوف من السادس إلى الثامن، وهي:

1 – تكوين استخدام التمثيلات لتنظيم الأفكار الرياضية وتسجيلها وإيصالها.

2 – اختيار التمثيلات الرياضية وتطبيقها وترجمتها لحل المشكلات.

3 – استخدام التمثيلات لنمذجة الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرياضية وتفسيرها.

ومن منطلق المعايير السابقة، على معلم الرياضيات أن يكون مدركاً لطبيعة الرياضيات وكيفية بنائها، وحريصاً على استخدام المواقف التدريسية والأنشطة اعتماداً على هذه المعايير في تدريس المفاهيم وتمثيلها بصور متعددة؛ وذلك ليتمكن المتعلمون من فهم الرياضيات بصورة أفضل، والاحتفاظ بالمفاهيم بصورة وظيفية إجرائية، وتطبيقها في مسائل علمية وحياتية (السر، 2015). وقد ذكر عبيدة (2016) أن هناك أربع مراحل لتخطيط التمثيلات الرياضية، هي: المرحلة العملية، والمرحلة الحسية، والمرحلة التجريدية، وأخيراً المرحلة المتنوعة. وقد اهتم الباحثون باتباع طرق وأساليب فعالة في التعلم، وبعيدة عن الحفظ ونقل المعلومات؛ ليتحقق بذلك إتقان المتعلمين وفهمهم للمعرفة الرياضية بشكل مترابط وعميق، ومواكبة المعلمين لها انسجاماً مع المعايير الرياضية العالمية، وتبني استراتيجيات تخطيطية، وتنفيذية، فعّالة ومنظمة، وقائمةً على الفهم، وتنعكس إيجاباً على تحسين التعلم في مادة الرياضيات (العليان، 2017؛ السواعي، 2010).

إنّ للمعلم دوراً فعالاً في مساعدة المتعلمين على تطوير الثقة والكفاءة في

إجراء واستخدام العديد من التمثيلات الرياضية بشكل مفهوم (NCTM, 2000)، ومن هذا المنطلق؛ أولت بعض الدراسات التربوية اهتماماً بتنمية مهارة التمثيل الرياضي وأهمية استخدامه في بعض الأنشطة والاستراتيجيات التدريسية؛ حيث يساعد بشكل كبير على تنمية لغة الرياضيات ومهارات التواصل والترابط وحل المشكلات (Herbel-Eisenmann, 2002; Schultz & Waters, 2000)، وقد أثبتت بعض الدراسات ارتباط استخدام التمثيل الرياضي بأداء المتعلمين وزيادة الكفاءة الذاتية في تعلم الرياضيات (Chen et al., 2015).

وتعد الكفاءة الذاتية من المفاهيم المعتمدة على نظرية التعلم الاجتماعية المعرفية، وقد عرفها (Bandura, 2006) بأنها معتقدات الأفراد حول قدراتهم على القيام بمستويات محددة من الأداء للتحكم في الأحداث التي تؤثر على حياتهم، ووضح أن معتقدات الكفاءة الذاتية تحدد ماهية شعور الآخرين وتفكيرهم وسلوكهم وتحفيزهم لأنفسهم. وأشار (Bursal, 2010) أن الكفاءة الذاتية تمكن الأفراد من التحكم في مشاعرهم وأفكارهم، التي تعتبر عاملاً مساهماً في عمل الفرد وإنجازاته وتحقيق النجاح وزيادة الجهد والمثابرة، وفي اكتساب المعلومات.

وتتأثر الكفاءة الذاتية للمتعلم بأربعة مصادر، هي: الخبرة السابقة لأدائه، وخبراته غير المباشرة في مشاهدة أداء الآخرين،والتشجيع اللفظي، والحالة الفسيولوجية البدنية، وذكر (Bandura, 1986) أن شعور المتعلم بالراحة والاستمتاع في مواجهة موقف جديد قد يزيد من إحساسه بالتفاعل تجاه المهمة التي يواجهها، ووضح (Pietsch, 2020) أن توفر بيئة تعليم فعالة متعاونة تجعل عملية التعلم ذا أثر ومعنى؛ من خلال مواقف تدريسية يكون فيها المتعلمون محور العملية التدريسية، وهو ما أوصت به العديد من الدراسات التي تدعو إلى تطوير طرائق التعلم وإيجاد أفضلها وما من شأنه تحقق الأهداف التعليمية اعتماداً على إشراك المتعلم في عملية التعلم؛ وذلك لفاعلية طرق التدريس واستراتيجياتها وأثرها الفعّال في رفع مستوى الكفاءة الذاتية، وهو ما أوضحته أيضاً دراسات الشريقية، (Siegle & McCoach, 2007; Schukajlow et al., 2019; 2016).

إن إيمان الفرد بقدرته على إكمال المهام المتعلقة بالرياضيات يعرف بمصطلح الكفاءة الذاتية في الرياضيات (Ural et al., 2008). وقد اهتمت دراسات الأدب التربوي بالكشف عن علاقة الكفاءة الذاتية بالإنجاز ودورها الفعال بوصفها عاملاً متنبئاً في التحصيل الدراسي في مادة الرياضيات (Usta, 2016; Stevens et al., 2006)، وركز الباحثون على أهميتها في تعلم الرياضيات بشكل عام (Kaya & Bozdag, 2016; Morán-Soto & Benson, 2018; Usta, 2016)، كما أوصت بعض الدراسات – كدراسة (Kahle, 2008) – باختيار استراتيجيات التدريس المناسبة للرياضيات متبنيةً مفهوم تطوير الكفاءة الذاتية للمتعلم لتطوير فهمه واستيعابه للمادة.

الدراسات السابقة

استهدفت دراسات عربية وأجنبية عديدة تعرّف فاعلية التمثيلات الرياضية في مختلف المراحل التعليمية، ونظراً لأهمية الدور الذي تؤديه في مستوى أداء المتعلمين وتنمية فهمهم، سنعرض منها ما له صلة وثيقة بمجال الدراسة الحالية.

هدفت دراسة عثمان (2017) إلى قياس أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة الاعتيادية أو المحوسبة في تنمية مهارات التفكير التأملي والاحتفاظ بها لدى طلاب الصف الثامن. اتبعت الدراسة المنهج شبه التجريبي، ولتحقيق هدف الدراسة تم بناء أداة، تمثلت في اختبار مهارات التفكير التأملي، وطبقت الدراسة على عينة، قوامها 72 متعلماً في الصف الثامن، اختيروا بطريقة قصدية، ومن ثم قسّموا إلى مجموعتين بطريقة عشوائية، درّست إحداهما – وهي المجموعة التجريبية – وحدة الهندسة باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، في حين درّست الثانية – وهي المجموعة الضابطة – بالطريقة المعتادة. وخلصت النتائج إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية لصالح المجموعة التجريبية في اختبار التفكير التأملي، وأوصت الدراسة بضرورة توظيف التمثيلات الرياضية المتعددة في التعليم والتركيز على وضع طرق وأساليب تدريس جديدة تعمل على تنمية مهارات التفكير التأملي لدى المتعلمين، ومنها: مهارة الرؤية البصرية، والكشف عن المغالطات، والوصول إلى الاستنتاجات، وإعطاء التفسيرات، ووضع الحلول المقترحة.

أما الدراسة التي أجراها أبو الرب (2016) فهدفت إلى معرفة أثر التمثيلات الرياضية المتعددة في تدريس الكسور الاعتيادية على تحصيل المتعلمين في الصف الخامس واتجاهاتهم. استخدمت الدراسة المنهج شبه التجريبي، وطبقت على عينة قوامها 130 متعلماً في الصف الخامس، تكونت من أربعة صفوف: اثنان للإناث واثنان للذكور، قسموا إلى مجموعتين: تجريبية وضابطة، وقد أعدّ الباحث برنامجاً تعليمياً قائماً على استخدام التمثيلات الرياضية لتدريس وحدة الكسور. وتمثلت أدوات الدراسة في اختبار تحصيلي واستبانة لقياس الاتجاه نحو الرياضيات. أظهرت النتائج وجود فروق ذات دلالة إحصائية لصالح المجموعة التجريبية المعتمدة في تدريسها على التمثيلات الرياضية المتعددة في كل من الاختبار التحصيلي والاتجاه نحو الرياضيات، وعدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية لمتغير الجنس في كل من الاختبار التحصيلي واستبانة الاتجاه نحو الرياضيات، في حين كشفت النتائج عن وجود علاقة ارتباطية إيجابية بين تحصيل المتعلمين والاتجاه نحو الرياضيات.

وأوضحت دراسة عبيدة (2016) خطوات استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات وأثرها على تنمية مهارات التفكير الرياضي الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسائل الجبرية لدى المتعلمين في الصف الثاني. اتبعت الدراسة المنهج شبه التجريبي، وتكونت العينة من 131 متعلماً في مجموعة ضابطة تم تدريسهم بالطريقة المعتادة، و127 متعلما في مجموعة تجريبية تم تدريسهم باستخدام التمثيلات الرياضية، وطبقت أدوات الدراسة، وهي ثلاثة اختبارات: الأول لمهارات حل المسائل الجبرية، والثاني لمهارات التفكير الجبري، والثالث للمهارات الخوارزمية. ومن أهم النتائج وجود فروق ذات دلالة إحصائية لصالح المجموعة التجريبية لاختبار مهارات التفكير الجبري بصفة عامة ومهاراته كل على حدة، بالإضافة إلى اختبار المهارات الخوارزمية بصفة عامة والمهارات كل على حدة، ووجود علاقة ارتباطية موجبة بين درجات متعلمي المجموعة التجريبية وكل من اختبار مهارات التفكير الجبري، واختبارالمهارات الخوارزمية، واختبار حل المسائل الجبرية. وأوصت الدراسة بضرورة تدريب معلمي الرياضيات على استخدام التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات وتخطيط الدروس بناءً عليها.

وهدفت دراسة الحربي (2014) إلى الكشف عن العلاقة بين التمثيلات الرياضية المتعددة وحل المسائل اللفظية لدى المتعلمين في الصف السادس الابتدائي. اتبعت الدراسة المنهج الوصفي، وأعد الباحث اختباراً للتمثيلات الرياضية المتعددة واختباراً لحل المسائل اللفظية. تكونت عينة الدراسة من 150 متعلماً في الصف السادس الابتدائي، ومن أهم نتائج الدراسة انخفاض مستوى التمثيلات الرياضية المتعددة بوجه عام لدى متعلمي الصف السادس الابتدائي، وكان أبرز أنواع التمثيلات الرياضية انخفاضاً هوالتمثيل الرياضي بالألفاظ مقارنةً بالرسم أوالجداول للرموز؛ والسبب في ذلك أن الرسومات أكثر استخداماً في الحصة الدراسية من قبل المعلم وفي الكتب المدرسية، ولا يوجد توازن بين أنواع التمثيلات المختلفة، كما بينت النتائج وجود علاقة طردية قوية بين القدرة على التمثيلات الرياضية المتعددة والقدرة على حل المسائل اللفظية، ووجود علاقة طردية بين حل المسائل اللفظية والقدرة على التمثيلات الرياضية بالرسم؛ أي كلما كانت قدرة المتعلم على التمثيلات الرياضية باستخدام الرسم عاليةً ازدادت قدرته على حل المسائل اللفظية المعتمدة على الرسم، ومن أهم ما أوصت به الدراسة تدريب المتعلمين على تنمية استخدام التمثيلات الرياضية بكفاءة لتأثيرها على حل المسائل الرياضية اللفظية.

واهتمت دراسة أبو هلال (2012) بمعرفة أثر استخدام التمثيلات الرياضية على اكتساب المفاهيم والميل نحو الرياضيات لدى متعلمي الصف السادس. اعتمد الباحث المنهج التجريبي، وطبقت الدراسة على عينة مكونة من 80 متعلماً تم اختيارهم عشوائياً، وقسموا إلى مجموعتين: مجموعة ضابطة وأخرى تجريبية، واستخدمت أداتان: الأولى اختبار اكتساب المفاهيم الرياضية، والثانية مقياس الميل نحو الرياضيات، توصلت الدراسةً إلى نتائج، منها وجود فروق ذات دالة إحصائية بين متوسط الدرجات في اختبار اكتساب المفاهيم الرياضية لصالح المجموعة التجريبية، وتبين أن مستوى الفهم كان أكثر المستويات تأثيراً في الاختبار التحصيلي لدى المجموعة التجريبية التي درّست بالتمثيلات الرياضية، ووجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط الدرجات في مقياس الميل نحو الرياضيات لصالح المجموعة التجريبية. كذلك أظهرت النتائج أن التعلم باستخدام التمثيلات الرياضية له أثر في

تنمية الميل نحو الرياضيات وزيادة الثقة لدى المتعلمين، ومن أهم التوصيات ضرورة استخدام المعلمين للتمثيلات الرياضية بشكل فعّال أثناء التدريس لمحتوى الرياضيات لتحقيق الفهم العميق واكتساب المفاهيم الرياضية، وإتاحة الفرصة أمام المتعلمين للتعبير عن أفكارهم بتمثيلات متعددة، يستطيعون من خلالها تطوير هذه الأفكار ونقلها لمواقف جديدة، والتركيز على الأداء الكيفي وليس الكمي.

وعرضت دراسة المصاروة (2012) لأثر التدريس وفق استراتيجية قائمة على الربط والتمثيل الرياضي في البراعة الرياضية لدى متعلمي الصف السادس في وحدة المعادلات، واستخدم المنهج التجريبي في هذه الدراسة. تكونت العينة الكلية من 41 متعلماً، وبلغ عددهم في المجموعة الضابطة 20، أما المجموعة التجريبية فضمت 21 متعلماً. أعد الباحث اختبار البراعة الرياضية، وتضمن أربعة أجزاء، الأول لقياس استيعاب المفاهيم، والثاني لقياس الطلاقة الإجرائية، والثالث لقياس الكفاية الإستراتيجية، والرابع لقياس التفكير الاستدلالي والتكيفي. وأعد الباحث برنامجاً تدريسياً جهز من خلاله خططاً تدريسيةً لوحدة المعادلات يتم تدريسها للمجموعة التجريبية بحسب استراتيجية قائمة على الربط والتمثيل الرياضي. كما أعد استبانة لقياس الميل المنتج، وتتكون من 40 فقرة. توصلت الدراسة إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط درجات المتعلمين لصالح المجموعة التجريبية في عناصر البراعة الرياضية.

واستقصت دراسة شاهين (2011) أثر استخدام تمثيلات متعددة في تدريس الجبر على تحصيل المتعلمين في الصف السابع باتباع المنهج التجريبي. تكونت عينة الدراسة من أربعة صفوف: اثنان للذكور واثنان للإناث، وكان مجموع عددهم 124 متعلماً ومتعلمةً. وتم تقسيمهم لمجموعتين ضابطتين تم تدريسهما بالطريقة المعتادة ومجموعتين تجريبيتين تم تدريسهما باستخدام التمثيلات الرياضية عن طريق برنامج تعليمي من إعداد الباحث، ومن ثم استخدم اختبار في وحدة الجبر لقياس تحصيل المتعلمين فيها، ومن أهم النتائج التي خلصت إليها الدراسة وجود فروق ذات دلالة إحصائية على الاختبار التحصيلي تبعاً لمتغير طريقة التدريس لصالح التمثيلات الرياضية، وكانت لصالح الإناث تبعاً لمتغير الجنس.

وكشفت دراسة السواعي (2010) عن مستوى أداء المتعلمين في الصف السادس في أسئلة الحل وأسئلة التمثيل وفحص الفرق بين أداء الذكور والإناث على نوعي الأسئلة. استخدم الباحث المنهج الوصفي المقارن، وتكونت عينة الدراسة من 416 متعلماً ومتعلمةً، وتمثلت أداة الدراسة في اختبار يتكون من عشرين سؤالاً، نصفها على شكل أسئلة حل ونصفها الآخر على شكل أسئلة تمثيل. طبّق الاختبار في يومين يفصل بينهما مقدار أسبوع. ومن أهم النتائج التي انتهت إليها الدراسة التذبذب في أداء المتعلمين لأسئلة الحل بحسب صعوبتها والتدني العام في أدائهم لأسئلة التمثيل؛ مما يدل على ضعف مهارات التمثيل الرياضي، وكذلك مهارات حل المسائل. ومن أهم توصيات الدراسة ضرورة أن تهتم الرياضيات المدرسية بالتمثيل الرياضي والمهارات الحسابية؛ إذ إن هذه التمثيلات تعد وسطاً يظهر المتعلم من خلاله طبيعة فهمه للفكرة واستخداماتها وتوظيفها في مواقف جديدة.

وتناولت دراسة البلاصي وبرهم (2010) أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في قدرة المتعلمين في الصف الثامن على اكتساب المفاهيم الرياضية، وحل المسائل الرياضية اللفظية. وقد تم تحليل المحتوى لوحدة العلاقات والافتراضات ليصل إلى تصميم دليل المعلم وإعداد خطط الدروس باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة. اتبعت الدراسة المنهج شبه التجريبي، وتكونت العينة من 60 متعلما، قسموا بالتساوي بعد معرفة التكافؤ بينهما لمجموعة ضابطة تدرس الوحدة بالطريقة المعتادة بينما المجموعة التجريبية تم تدريسها باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، وأعدّ اختبار اكتساب المفاهيم الرياضية واختبار حل المسألة الرياضية. وكان من أهم النتائج وجود أثر دال إحصائياً لاستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في إكساب المتعلمين المفاهيم الرياضية والقدرة على حل المسائل اللفظية لصالح المجموعة التجريبية.

وتناولت دراسة رجب (2009) أثر استراتيجية تدريسية مستندةً إلى معياري الاتصال والتمثيل الرياضي في القدرة على حل المشكلات والتفكير الرياضي لدى المتعلمين في المرحلة المتوسطة بالمملكة الأردنية الهاشمية. اتبعت الدراسة المنهج

التجريبي، واختيرت مجموعتان تجريبيتان ومجموعتان ضابطتان من الصف الثامن، وقسم المتعلمون على حسب مستواهم التحصيلي، في حين اختيرت المدرسة بطريقة قصديّة، أما الصفوف فبطريقة عشوائية. وتم إعداد المادة العلمية لتدريس المجموعة التجريبية لثلاث وحدات، هي: أنظمة المعادلات الخطية والهندسة والمجسمات من خلال التركيز على مهارات التواصل والتمثيل الرياضي، وإتاحة الفرصة أمام أفراد العينة للتعبير عن المضمون الرياضي في المشكلة الرياضية للموقف التعليمي بلغتهم الخاصة، ومن ثم عرضها على شكل جداول أو رسومات أو رموز، وكانت أداتا الدراسة اختبار القدرة على حل المشكلات الرياضية، واختبار القدرة على التفكير الرياضي، ومن أهم النتائج التي خلصت إليها الدراسة وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين طريقتي التدريس لصالح المجموعة التجريبية واختبار حل المسائل الرياضية وكذلك اختبار القدرة على التفكير الرياضي.

وهدفت دراسة (Purwadi et al., 2019) إلى استكشاف أثر استخدام استراتيجية المحسوسات والمصورات والتجريد (CPA) على الفهم الرياضي والتمثيل الرياضي للمتعلمين في وحدة الكسور، واعتمدت الدراسة المنهج المختلط، وبلغت عينة الدراسة 66 متعلماً في مجموعتين: تجريبية وضابطة، واستخدمت للمجموعة التجريبية طريقة تدريس تقوم على استراتيجية المحسوسات والمصورات والتجريد. استخدمت أداة الدراسة اختباراً تحصيلياً لقياس مدى تقدم المتعلمين في مهارة التمثيل الرياضي والفهم الرياضي، وكانت أبرز النتائج فاعلية استخدام استراتيجية المحسوسات والمصورات والتجريد (CPA) في الفهم الرياضي والتمثيل الرياضي، وبخاصة القدرة على استكشاف الكسور وتجربتها وحل مسائلها، وأصبح المتعلمون أكثر تحمساً لتعلم الرياضيات وأكثر تعبيراً عن الأفكار الرياضية في حياتهم.

وأجرى (Sowanto & Kusumah, 2018)، دراسةً استهدفت معرفة أثر التعلم القائم على الموقف التدريسي بمساعدة برنامج لوحة الرسم الهندسي على تحسين مقدرة المتعلمين على التمثيل الرياضي، وكذلك الكفاءة الذاتية في الرياضيات. استخدمت الدراسة المنهج شبه التجريبي، وقسم أفراد العينة إلى

مجموعتين: مجموعة تجريبية تدرّس بالتعلم القائم على الموقف التدريسي بمساعدة برنامج لوحة الرسم الهندسي، ومجموعة ضابطة تم تدريسها بالطريقة المعتادة. أظهرت نتائج الدراسة أن هناك نتائج ذات دلالة احصائية لصالح المجموعة التجريبية في القدرة على التمثيل الرياضي. علاوةً على ذلك، لم يكن هناك فرق كبير في مستوى الكفاءة الذاتية بين المجموعتين من حيث طريقة التدريس.

وتناولت دراسة (Anwar et al., 2016) وصف التمثيل الرياضي لدى متعلمي الصف السابع في بناء فهم العلاقة بين مفهومي محيط المستطيل ومساحة المستطيل. واستخدم منهج دراسة حالة المتعلمين، وكانت أداة الدراسة هي الاختبارات والمقابلات. أسفرت نتائج الدراسة عن أن استخدام المتعلمين للتمثيل المرئي والرمزي يساعد في بناء فهم العلاقة بين مفهومي محيط المستطيل ومساحة المستطيل. وكان التمثيل البصري والرمزي من أكثر التمثيلات المستخدمة لعينة الدراسة وبناء فهم العلاقات بشكل أدق وذي معنى.

وهدفت دراسة (Chen et al., 2015) إلى التحقق من تأثير التمثيلات الرياضية المتنوعة والكفاءة الذاتية للرياضيات على الأداء والاتجاهات نحو التعلم للمتعلمين بالمدارس الابتدائية في مجال التبرير المنطقي. اعتمدت الدراسة على المنهج شبه التجريبي، وشملت العينة 121 متعلماً في الصف الخامس في تايوان، دلّت النتائج على أن استخدام التمثيلات الرياضية بأدوات تعليمية بيانية يزيد من أداء المتعلمين في تعلم التبرير المنطقي، ويساعدهم على اكتساب اتجاه إيجابي نحو الرياضيات، وكان المتعلمون ذوو الكفاءة الذاتية المرتفعة أكثر إيجابية في تعلم الرياضيات.

وبحثت دراسة (Panaoura et al., 2009) في معتقدات المتعلمين حول استخدام أنواع مختلفة من التمثيلات الرياضية في فهم الكسور الاعتيادية، ومعتقدات الكفاءة الذاتية لديهم، وقدرتهم على نقل المعلومات بين أنواع مختلفة من التمثيلات. تكونت العينة من 1701 متعلم من الصف الخامس إلى الصف الثامن. أظهرت النتائج أن المرونة في التمثيلات الرياضية المتعددة، والقدرة على حل المشكلات مع أنماط مختلفة من التمثيلات، والمعتقدات حول استخدام التمثيلات

ومعتقدات الكفاءة الذاتية حول استخدامها، وصممت نموذجاً متكاملاً ذا علاقات قوية في مختلف المستويات التعليمية. وأكدت النتائج أيضاً وجود ارتباطات إحصائية لمرونة التمثيلات الرياضية المتعددة وقدرة حل المشكلات فيما يتعلق بالأداء المعرفي والكفاءة الذاتية.

مشكلة الدراسة

أوضحت العديد من الدراسات أهمية معايير العمليات الرياضي، ومن ضمنها التمثيلات الرياضية، في إدراك المفاهيم الرياضية والدقة في اكتسابها؛ لعلاقتها الارتباطية بتطوير المتعلم في العديد من الجوانب الدراسية وبناء معرفة رياضية راسخة لديه، وتطوير تحصيله الدراسي (أبوالرب، 2016؛ أبو هلال، 2012؛ عبيدة، 2016؛ Sowanto & Kusumah, 2018). وبالنظر إلى واقع نتائج الدراسة الدولية للرياضيات والعلوم (TIMSS, 2015) يتضح أن بعض الدول تعاني ضعفاً في أداء متعلميها في الرياضيات، ومن هذه الدول دولة الكويت، وتبذل وزارة التربية جهوداً لتطوير المناهج وطرق التدريس مواكبةً للمعايير العالمية المعتمدة لمادة الرياضيات (Alhashem & Alkandari, 2015). وعلى الرغم من أهمية التمثيلات الرياضية؛ بوصفها أسلوباً تدريسياً ثبتت فاعليته في تعلم مادة الرياضيات من خلال العديد من الدراسات السابقة (المصاروة، 2012؛ Chen et al., 2015 Purwadi et al., 2019;). وعلى الرغم من اهتمام الدراسات السابقة بالتمثيلات الرياضية والتعرض للموضوعات المتنوعة السابق ذكرها، فإنه من الملاحظ ندرة مثل هذه الدراسات في دولة الكويت، ولا سيما البحث في العلاقة مع التحصيل الدراسي للمتعلمين في مادة الرياضيات والكفاءة الذاتية لهم، ولذلك جاءت هذه الدراسة رغبةً من الباحثة في أن يكون لها إسهامها في تطوير مستوى أداء المتعلمين عن طريق إلقاء الضوء على فعالية دور المعلم في الاهتمام بشكل أكبر بالتمثيلات الرياضية بوصفها أسلوباً من أساليب التدريس.

وفي ضوء ما سبق تتحدد مشكلة الدراسة الحالية في السؤالين الآتيين:

1 – ما مدى فاعلية استخدام التمثيلات الرياضية في تحسين التحصيل الدراسي لدى متعلمات الصف السادس في مفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية؟

2 – ما مدى فاعلية استخدام التمثيلات الرياضية في تحسين الكفاءة الذاتية لدى متعلمات الصف السادس في مفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية؟

فرضا الدراسة

1 – يؤدي تدريس طلبة الصف السادس لمفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية باستخدام التمثيلات الرياضية إلى زيادة التحصيل الدراسي لديهم في نفس الوحدة.

2 – يؤدي تدريس طلبة الصف السادس لمفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية باستخدام استراتيجية التمثيلات الرياضية إلى تحسين الكفاءة الذاتية في الرياضيات.

أهمية الدراسة

تستمد الدراسة أهميتها من دور معلم الرياضيات، وأهمية مادة الرياضيات بوصفها مادةً أساسية، وذات صلة وثيقة بحياة المتعلم اليومية، ولكونها أداةً توظيفيةً وتطبيقيةً مرتبطة بغيرها من المواد الأخرى، فضلاً عن أنها تسلط الضوء على أحد المعايير العالمية الخاصة بالعمليات في تدريس الرياضيات وهي التمثيلات الرياضية وتوفير معلومات عن مدى فاعليتها، وهو ما ينعكس بشكل كبير على العلاقة بين محتوى منهج الرياضيات وطرق تدريسها، ولعل هذه الدراسة تسهم في مساعدة مخططي المناهج على تصميم أنشطة وبناء مواقف تعليمية توظف مهارات خاصة بالتمثيل الرياضي، كما يمكن أن تساعد المعلمين على الوصول إلى مقترحات لتطوير العملية التدريسية من خلال وضع خطط تدريسية مناسبة لتوظيف التمثيلات الرياضية لتحقيق الأهداف المنشودة وأساليب قياسها، والاستفادة من أنشطة مدخل التدريس بالتمثيل الرياضي في تدريس الرياضيات، وعلاقته بمعرفة قياس الكفاءة الذاتية.

أما بالنسبة للمتعلم، فمن المحتمل أن تساعده في التدرّب على كيفية استخدام الأسئلة والمسائل وتنمية هذه المهارة، ومن ثم فإن نتائج هذه الدراسة قد

تسهم في تنمية وعي المتعلمين وأولياء الأمور بالدور الذي تؤديه الكفاءة الذاتية في الرياضيات والارتقاء بمستوى التحصيل في المادة العلمية، والاهتمام بالعوامل التي تسهم في زيادتها، ومن ثم تطوير تحصيلهم الأكاديمي.

هدف الدراسة

تهدف الدراسة من خلال الإجابة عن أسئلتها إلى تعرّف مدى فاعلية استخدام التمثيلات الرياضية في تدريس مفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية، والكشف عن فاعليتها مع الكفاءة الذاتية لدى المتعلمات في الصف السادس بدولة الكويت في مادة الرياضيات، والتحصيل الدراسي لديهن، ومن ثم تقديم بعض التوصيات لتطوير التدريس بما يواكب المعايير العالمية، وإتاحة الفرصة أمام الباحثين وصانعي القرار للاستفادة منها.

حدود الدراسة

- الحدود الموضوعية: اقتصر موضوع الدراسة على فاعلية استخدام التدريس بالتمثيلات الرياضية في التحصيل الدراسي في الوحدة العاشرة النسبة والتناسب والوحدة الحادية عشرة إدراك مفهوم النسبة المئوية واستخدامها في تحسين الكفاءة الذاتية في مادة الرياضيات لدى متعلمات الصف السادس بدولة الكويت.
- الحدود المكانية: طبقت الدراسة في صفين بمدرسة إناث تابعة لمحافظة الأحمدي التعليمية بدولة الكويت.
- الحدود الزمنية: طبقت الدراسة في الفصل الثاني من العام الدراسي (2018/2019).

مصطلحات الدراسة

التمثيلات الرياضية: عرف (Goldin, 2014) التمثيلات الرياضية بأنها إنتاجات مرئية أو ملموسة – مثل الرسوم البيانية أو خط الأعداد أو الرسوم البيانية أو ترتيب الأشياء أو الوسائل اليدوية الحسية أو النماذج المادية أو التعبيرات الرياضية أو الصيغ والمعادلات أو الصور على شاشة الحاسب الآلي أو الآلة الحاسبة – التي ترمز أو تجسد

الأفكار أو العلاقات الرياضية. وتعرفها الباحثة إجرائياً على أنها أسلوب تدريسي قائم على استخدام التمثيل بالمحسوسات والرسومات والكلمات والجداول في ترجمة المفاهيم الرياضية سواء بوسائل عادية أو تكنولوجية متنوعة لإثراء الدروس والحرص على تعلمها واستخدامها من قبل المتعلم.

الكفاءة الذاتية في الرياضيات (Mathematics Self-efficacy): هي إيمان الفرد بقدرته على إكمال المهام المتعلقة بالرياضيات (Ural et al., 2008)، أما إجرائياً فتعرفها الباحثة بأنها مستوى درجة استجابة المتعلم على استبانة الكفاءة الذاتية في الرياضيات، وهي المصممة خصيصاً لهذه الدراسة. والمتكونة من أربعة أبعاد، الأول: التمكن الذاتي في مادة الرياضيات. الثاني: الخبرة السابقة في مادة الرياضيات. الثالث: الإقناع في مادة الرياضيات. الرابع: الحالة الفسيولوجية في مادة الرياضيات.

الطريقة المعتادة: هي طريقة التدريس التي تتمركز حول المعلم، ويتم بها عرض الدروس وتنظيم المحتوى تبعاً لما ورد في الكتاب المدرسي، وغالباً ما تكون معتمدةً على الشرح والتوضيح والوسائل التعليمية المتوافرة في البيئة التعليمية.

التحصيل الدراسي: الدرجة التي يحصل عليها المتعلم نتيجة أدائه في اختبار الرياضيات في الوحدة العاشرة النسبة والتناسب والوحدة الحادية عشرة إدراك مفهوم النسبة المئوية واستخدامها للصف السادس، وهو الاختبار الذي أعدته الباحثة لهذه الدراسة.

متعلمات الصف السادس: هن اللاتي تتراوح أعمارهن بين 11 و12 سنة، ويعتبر الصف السادس هو الصف الثاني في المرحلة المتوسطة وفق السلم التعليمي بدولة الكويت.

منهجية الدراسة وإجراءاتها

لتحقيق أهداف الدراسة، وللإجابة عن أسئلتها بدأت خطوات إعداد الدراسة وتصميم بنائها باختيار المنهج العلمي المناسب لطبيعة الدراسة بالاسترشاد بما تم قراءته في الأدبيات والدراسات السابقة. استخدمت الدراسة الحالية المنهج شبه

التجريبي بتصميمين: قبلي وبعدي؛ لملاءمة طبيعة الدراسة ومتغيراتها؛ بحيث تكون هناك مجموعتان متكافئتان في جميع المتغيرات، إحداهما ضابطة تدرس بالطريقة المعتادة، والأخرى تجريبية تدرس بالتمثيلات الرياضية، كما استخدمت الدراسة المنهج الوصفي في جمع بيانات المتعلمات وآرائهن حول الكفاءة الذاتية من خلال استبانة الكفاءة الذاتية في الرياضيات.

مجتمع الدراسة: يتمثل مجتمع الدراسة في جميع المتعلمات في الصف السادس، المسجلات للعام الدراسي 2018/2019 في سجلات وزارة التربية بدولة الكويت.

عينة الدراسة: تكونت عينة هذه الدراسة من 52 متعلمة من متعلمات الصف السادس في الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي 2018/2019، تم اختيارهن بطريقة قصدية؛ وذلك لسهولة تعامل الباحثة مع معلمة الفصل وعينة الدراسة وتعاون إدارة المدرسة، واختيرت المجموعتان بطريقةعشوائية، إحداهما تجريبية وتدرس باستخدام التمثيلات الرياضية، والأخرى ضابطة تدرس بالطريقة المعتادة.

أدوات الدراسة

أولاً – الاختبار التحصيلي: أعدت الباحثة الاختبار التحصيلي في مفاهيم الوحدة العاشرة النسبة والتناسب والوحدة الحادية عشرة لإدراك مفهوم النسبة المئوية واستخدامها للصف السادس، بمساعدة معلمة الفصل، واعتمد إعداده على معايير بناء الاختبارات التحصيلية، وقبل اعتمادها بالصورة النهائية قامت الباحثة بالخطوات الآتية:

1 – **تحديد الهدف من الاختبار**: بعد اطلاع الباحثة على محتوى الوحدتين، حددت المفاهيم المتضمنة، والهدف من الاختبار وهو قياس مستوى تحصيل عينة الدراسة في هاتين الوحدتين، ومن ثم عقدت مقارنة في النتائج بين المجموعة الضابطة والمجموعة التجريبية؛ لمعرفة الفروق الإحصائية بينهما. وقد ركزت على أربعة مستويات من مستويات المجال المعرفي.

2 – **إعداد بنود الاختبار**: حددت الباحثة موضوعات الاختبار وصاغت أهدافها التدريسية، ومن ثم صممت جدول المواصفات، مراعيةً الخطة الزمنية لدروس

الوحدتين، الصادرة عن التوجيه الفني العام للرياضيات بوزارة التربية، وعرضتها على مجموعة من المتخصصين والمعلمين لإبداء آرائهم وملاحظاتهم، ومن ثمّ أجرت الباحثة – بناءً على ذلك – التعديلات اللازمة، وأعادت النظر في بعض الصياغات بجدول المواصفات؛ لتصل إلى الصورة النهائية في بنود كل من الاختبار وجدول مواصفاته. وجدول رقم 1 يبين ذلك.

جدول رقم 1

مواصفات الاختبار التحصيلي في مفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية

عدد الحصص	الوزن النسبي للأهداف	الموضوع	الأهداف السلوكية				مجموع الأسئلة	الوزن النسبي
			تذكر	فهم	تطبيق	قدرات عليا		
1	6.7	النسب والنسب المتكافئة	1	1			2	%6.66
2	13.3	استكشاف التناسب	1	1	1		3	%10
1	6.7	التناسبيات	1	1	1		3	%10
2	13.3	مقياس الرسم والخرائط والتصاميم	1	1	1	1	4	%13.33
1	6.7	المعدلات وسعر الوحدة		1	1		2	6.66
1	6.7	النسبة المئوية	1			1	2	6.66
2	13.3	ربط النسب المئوية بالكسور العشرية	1	1	1	1	4	13.33
1	6.7	ربط النسب المئوية بالكسور الاعتيادية			1	1	2	6.66
1	6.7	إيجاد النسبة المئوية من عدد		1		1	2	6.66
1	6.7	تقريب النسبة المئوية من عدد		1		1	2	6.66
1	6.7	خطة حل المسائل (زكاة المال)	1		1		2	6.66
1	6.7	حساب الخصم	1		1		2	6.66
15	100	مجموع الأهداف	7	7	8	8	30	%100
		الوزن النسبي	%23	%23	%27	%27		

يتضح من جدول رقم 1 أن عدد الأهداف السلوكية ونسبتها ملائمتان للوزن النسبي لكل منها، وكذلك لمستويات الأهداف الأربعة المحددة، وهي على النحو الآتي: التذكر 23%، الفهم 23%، التطبيق 27% والقدرات العليا 27%، وهي النسبة نفسها التي التزمت بها الباحثة عند تحديد عدد الأسئلة في كل مستوى فرعي في الاختبار التحصيلي، ويمكن من خلالها تحديد مستوى المهارات الخاصة بالتمثيل الرياضي، وقد صيغت الأسئلة لقياس مهارات التمثيل اللفظي بالرمز والرسومات والجداول. ويتكون الاختبار من 30 سؤالاً من نوع الاختيار من متعدد، وهذا النوع من الاختبارات يتميز بأنه لا يتأثر بذاتية المصحح؛ لأنه يصحح بطريقة موضوعية، وتقتصر الإجابة على بديل واحد محدد.

صدق الاختبار التحصيلي: تم التحقق من الصدق الظاهري وصدق المحتوى للاختبار في هذه الدراسة، من خلال عرضه على عدد من المحكمين في المناهج وطرق تدريس الرياضيات واختصاصيين من وزارة التربية، ومعلمي رياضيات لهذا الصف، وبناءً على اقتراحاتهم أجريت بعض التعديلات، وهي تتمثل في حذف ستة أسئلة، وإعادة صياغة بعضها، ومن ثم التأكد من بدائل الإجابة لكل سؤال؛ ليصبح الاختبار في صورته النهائية مكوناً من 30 سؤالاً من نوع الاختيار من متعدد. وحدّدت طريقة تصحيحه بأن تمنح درجةً واحدةً للاختيار الصحيح وصفراً للاختيار غير الصحيح. وبذلك تكون الدرجة التي يحصل عليها المتعلم محصورةً بين 0 و30 درجة.

التجريب الاستطلاعي للاختبار التحصيلي: طبّق الاختبار التحصيلي على عينة استطلاعية في مرحلة التجريب الاستطلاعي، بلغت 50 متعلمةً من مجتمع الدراسة خارج العينة الأساسية، وتم حساب معاملات الصعوبة لأسئلة الاختبار، والجدول رقم 2 يوضح ذلك.

جدول رقم 2

معامل الصعوبة لأسئلة الاختبار التحصيلي في مفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية

رقم السؤال	معامل الصعوبة	رقم السؤال	معامل الصعوبة	رقم السؤال	معامل الصعوبة
1	0.50	11	0.62	21	0.50
2	0.62	12	0.55	22	0.64
3	0.64	13	0.50	23	0.59
4	0.54	14	0.48	24	0.54
5	0.55	15	0.54	25	0.60
6	0.43	16	0.62	26	0.50
7	0.54	17	0.63	27	0.55
8	0.48	18	0.53	28	0.63
9	0.43	19	0.55	29	0.43
10	0.63	20	0.53	30	0.48

يتضح من جدول رقم 2 أن معاملات الصعوبة كانت مناسبةً لجميع فقرات الاختبار، وتراوحت ما بين 0.43 و0.64. وعليه؛ فإن جميع فقرات الاختبار كانت مقبولةً. ومن المتفق عليه أن السؤال الذي يبلغ فيه معامل الصعوبة أكثر من 50–70 يعد شديد الصعوبة، ومن ثم ينبغي حذفُه. وحساب معامل التمييز، وتنحصرُ قيمُ معاملاته بين قيمتي 0.20 و 0..86 كما قامت الباحثة بحساب صدق الاختبار إحصائياً باستخدام صدق الاتساق الداخلي، وهو يهتم بمدى ترابط مفردات الاختبار بعضها مع بعض، وقد بلغ 0.791 هو معامل صدق صالح للاستخدام. أما زمن الاختبار فقد حدّد عن طريق حساب متوسط الوقت الذي استغرقته متعلمات العينة الاستطلاعية في الاختبار، وكان وفق المعادلة الآتية: زمن انتهاء المتعلم الأول وزمن انتهاء المتعلم الأخير ÷ 2، وكان متوسط زمن الاستجابة على الاختبار هو 40 دقيقةً.

ثبات الاختبار التحصيلي: بعد مضي أسبوعين أعيد التجريب الاستطلاعي على العينة نفسها؛ للتأكد من ثبات الاختبار، وبلغ معامل الثبات 0.79، وهي قيمة تشيرُ إلى درجة ثبات عالية؛ الأمر الذي يجعل الباحثة تثق في نتائج الاختبار

وتطمئن إلى تطبيقه على عينة مماثلة للهدف نفسه. وبعد التجريب الاستطلاعي حلّلت النتائج لمعرفة معامل الصعوبة ومعامل التمييز، ومن ثم حذفت الفقرات غير المقبولة إن وجدت.

ثانياً – استبانة الكفاءة الذاتية في الرياضيات (Mathematics self-efficacy): اختيرت استبانة الكفاءة الذاتية في الرياضيات للباحث (Gates, 2015)، ومن تصميم الباحث (Usher, 2007)، واستعانت الباحثة في دراستها الحالية باستبانة (Gates, 2015) ؛ نتيجة صدقها ورصانتها وثباتها العالي، ولملاءمتها لهدف الدراسة، وتشابه عينة دراسته مع الدراسة الحالية؛ إذ إن دراسته مكونة من المتعلمين في الصفوف: السادس والسابع والثامن من المرحلة المتوسطة. وتتكون هذه الاستبانة من أربعة أبعاد، الأول: التمكن الذاتي. الثاني: الخبرةً السابقةً. الثالث: الإقناعً. الرابع: الحالةً الفسيولوجيةً. وبنيت الاستبانةً من 24 فقرة، تتوزعً استجاباتها على مقياس ليكرات الخماسي وفق المستويات الآتية: أوافق بشدة 5 نقاط، أوافق 4 نقاط، لا أدري 3 نقاط، لا أوافق نقطتين، لا أوافق إطلاقا نقطة.

وللتأكد من التكافؤ بين الاستبانة بنسختها الأصلية باللغة الإنجليزية والنسخة المترجمة للغة العربية؛ قام الباحث الأول بإخضاع الترجمة لخطوات دقيقة واستخدام طريقة الترجمة العكسية (translation–back) حفاظاً على الاتساق في المعنى ومناسبته لمجتمع الدراسة (Son, 2018)، وكلف اثنان من أعضاء هيئة التدريس يتقنان اللغتين العربية والإنجليزية بترجمة النسخة الإنجليزية إلى العربية مع مراعاة أهمية الإبقاء على المعنى اللغوي للفقرات في النسخة الأصلية، قدر المستطاع. وعند الانتهاء من الترجمة من اللغة الإنجليزية إلى اللغة العربية تم القيام بترجمة عكسية من العربية إلى الإنجليزية بواسطة مترجمين آخرين من أعضاء هيئة التدريس يتقنان اللغتين العربية والإنجليزية. وبعد ذلك قوّمت الترجمة من العربية إلى الإنجليزية عن طريق ثلاثة من أعضاء هيئة التدريس؛ للتأكد من أن معاني الفقرات متكافئةً بين النسخة الأصلية ونسخة الترجمة العكسية. وفي حال

وجود فرق في المعنى بين الفقرات في النسختين، تعاد ترجمة تلك الفقرات من الإنجليزية إلى العربية والعكس؛ حتى يتأكد أعضاء هيئة التدريس الثلاثة من إيجاد تكافؤ حقيقي في المعنى ومناسبتها لعينة الدراسة. ثم عرضت الاستبانة على أربعة من أعضاء هيئة التدريس؛ للتثبت من صدق الأداة قبل عرضها في صيغتها الأخيرة، مع الأخذ بملاحظات المحكمين في الصياغة النهائية لهذه الاستبانة. وتكونت الاستبانة في صيغتها النهائية من 21 فقرة.

وللتأكد من ثبات الأداة المطورة تم اختبارها على عينة تجريبية مكونةً من 50 متعلمة من خارج عينة الدراسة، وقد حصلت الاستبانة من نسختها العربية المطورة على معامل ثبات، مقداره 0.89؛ وهو ما يجعلها ملائمةً لأغراض الدراسة.

ثالثاً ـ دليل المعلم للتمثيلات الرياضية: من خلال قراءة الأدبيات الخاصة باستخدام التمثيلات الرياضية والتنويع فيها، أعدت الباحثة دليلاً خاصاً بالتدريس باستخدام التمثيلات الرياضية. ويتضمن أربعة أقسام وهي كالتالي:

القسم الأول: فلسفة تعليم الرياضيات وتعلمها بناءً على التمثيلات الرياضية. ويضم مدخلاً نظرياً حول استخدام التمثيلات الرياضية في تدريس المفاهيم الرياضية عامةً وبمفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية بشكل خاص. كما تضمن القسم الأول مقدمةً إرشاديةً وتوجيهات تعرض لكيفية تطبيق التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات ومميزاتها وطرق استخدامها وأنواعها، وطرق تدريب المتعلمين على إنشاء التمثيلات الرياضية واستخدامها؛ لتنمية مهارات تعلم الرياضيات وتوظيفها بناءً على خبراتهم السابقة والحالية بصورة إجرائية.

القسم الثاني: أهداف الوحدة؛ تضم أهداف الوحدة بشكل عام بناءً على طبيعة التمثيلات الرياضية، وهو الوحدةً العاشرةً النسبةً والتناسب والوحدة الحادية عشرة إدراك مفهوم النسبة المئوية واستخدامها. وتضمن القسم تحليل مفاهيم كل درس؛ بهدف تصنيف عناصر محتوى الوحدتين ومكوناتهما. وكذلك تحديد الأهداف الخاصة والأنشطة المناسبة لها.

القسم الثالث: استراتيجيات التدريس وتحركاته؛ واحتوى هذا القسم تصميم نماذج دروس للوحدتين وتجهيز المواقف التدريسية وأنشطتها بناءً على طبيعة التمثيلات الرياضية بشكل مكثف مقسمةً لخطة زمنية للتدريس بلغت 15 حصة لمدة ثلاثة أسابيع. ويتضمن هذا القسم توجيهات وإرشادات خاصة بالمعلم لاتباعها خلال العملية التدريسية منها ضرورة تنظيم أفكار الدرس ومفاهيمه عن طريق التمثيلات الرياضية، وربطها بالوسائل التعليمية المحسوسة، وشبه المحسوسة. ومحاولة ربط الأفكار الرياضية والعناصر المشتركة بين مفاهيمها بتمثيلات متعددة ومتنوعة للمفهوم نفسه مثل تمثيلات مكتوبة أو شفوية أو رمزية او مصورة. والتركيز على تفسير استخدام التمثيلات الرياضية لمفهوم معين وتشجيع المتعلمين على المشاركة والتعبير بلغتهم في هذه التمثيلات ومساعدتهم على التعامل معها عن طريق الاستماع والاستفسار والتفسير والتحليل.

القسم الرابع: مصادر التعلم والمواد المساندة. ويشمل على الوسائل التعليمية والتكنولوجية المتنوعة المصاحبة للتدريس بالتمثيلات الرياضية؛ لإثراء الدروس والحرص على استخدام أكثر من وسيلة تعليمية لتوظيف التمثيل الرياضي للمفهوم الواحد.

وعُرض دليل المعلم على اختصاصيين في مجال المناهج وتدريس الرياضيات أستعين بهم في تحكيم أدوات الدراسة الحالية، وتم الأخذ بتوصياتهم وأدخلت التعديلات المناسبة لمحتويات الدليل، واعتبرت آراؤهم بمثابة الصدق الظاهري لهذه المحتويات.

إجراءات تطبيق الدراسة

مرت إجراءات الباحثة في تطبيق الدراسة بالخطوات العملية الآتية:

1 – الاطلاع على الأدب التربوي والدراسات السابقة التي لها صلة وثيقة بموضوع الدراسة.

2 – إعداد أدوات الدراسة وعرضها على محكمين من أعضاء هيئة التدريس ومختصين تربويين.

3 – تطبيق الدراسة بعد الحصول على الموافقة من الجهات المختصة لتسهيل المهمة.

4 – تطبيق أدوات الدراسة بصورة أولية ومن ثم قبلية.

5 – ضبط المتغيرات والتنسيق مع المعلمة بتدريس المجموعتين الضابطة والتجريبية ومتابعة سير الدراسة وتنفيذها، وتوفير الأدوات والمستلزمات التدريسية، وتجهيز مختبر الحاسوب.

6 – التطبيق البعدي لأدوات الدراسة للمجموعتين الضابطة والتجريبية.

7 – إجراء المعالجة الإحصائية المناسبة للبيانات للإجابة عن أسئلة الدراسة.

8 – عرض النتائج ومناقشتها وتقديم التوصيات في ضوء ما توصلت إليه من نتائج.

ضبط المتغيرات: تم التأكد من تكافؤ المجموعتين التجريبية والضابطة من خلال إخضاع أفراد العينة للاختبار القبلي لأدوات الدراسة ومن ثم حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لنتائجهم، وعند تطبيق اختبار (ت) للفروق بين المتوسطات للبيانات المستقلة عند مستوى الدلالة =0.05 لم تكن قيم (ت) ذات دلالة إحصائية؛ مما يدل على أن المجموعتين كانتا متكافئتين قبل تنفيذ الدراسة، وهو ما يوضحه جدول رقم 3.

جدول رقم 3

اختبار (ت) للفروق بين متوسطات درجات أفراد المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس القبلي للاختبار التحصيلي في موضوعات الوحدتين واستبانة الكفاءة الذاتية في الرياضيات

الأداة	المجموعة الضابطة			المجموعة التجريبية			قيمة (ت)	مستوى الدلالة
	ن	م	ع	ن	م	ع		
الاختبار التحصيلي	26	3.42	1.81	26	3.61	1.47	0.42	0.67
استبانة الكفاءة الذاتية	26	2.82	0.88	26	2.82	0.86	0.0	1.0

المعالجة الإحصائية

استخدم برنامج الحزم الإحصائية (SPSS) المتاح في مختبرات جامعة الكويت، وحسب معامل ثبات (ألفا كرونباخ) لكل من اختبار التحصيل الدراسي واستبانة الكفاءة الذاتية في الرياضيات. وحساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية واختبارات (ت) للعينة المستقلة.

عرض نتائج الدراسة

الفرض الأول: ينص فرض الدراسة الأول على أنه يؤدي تدريس طلبة الصف السادس لمفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية باستخدام التمثيلات الرياضية إلى زيادة التحصيل الدراسي لديهم في نفس الوحدة. وللتحقق من صحة هذا الفرض قامت الباحثة بإجراء المقارنات التالية لبحث تلك الفروق كما يلي:

أ – بحث الفروق بين المجموعة التجريبية والضابطة المقابلة لها كلاً على حدة، في القياس البعدي للتعرف على الفروق بينهم في التحصيل الدراسي لمفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية بعد تدريس المجموعة التجريبية التمثيلات الرياضية وتدريس المجموعة الضابطة بالطريقة المعتادة.

ب – بحث الفروق بين المجموعة التجريبية والضابطة المقابلة لها كلاً على حدة، في مقدار التغير الإيجابي (زيادة التحصيل الدراسي لمفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية)، وذلك للتحقق من فاعلية استخدام التمثيلات الرياضية في زيادة التحصيل الدراسي لمفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية. واستخدمت الباحثة اختبار (ت) للعينات المستقلة IndependentSamples T-Test لبحث الفروق بين المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في مستوى تحصيل المتعلمات في القياس البعدي لمفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية، وقد أظهر الاختبار وجود فروق دالة إحصائياً بين المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في موقف القياس البعدي لموضوع الدراسة؛ وذلك لصالح المجموعة التجريبية؛ مما يدل على

أن أداء المتعلمات في الاختبار البعدي للوحدة في المجموعة التجريبية كان أفضل من أداء نظيراتهن في المجموعة الضابطة، وهو ما يوضحه جدول رقم 4.

جدول رقم 4

اختبار (ت) للفروق بين متوسطات درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي للاختبار التحصيلي

المجموعة	ن	م	ع	قيمة (ت)	مستوى الدلالة
الضابطة	26	19.46	4.79	8.63	0.00
التجريبية	26	28.30	2.09		

تبين حدوث تغير إيجابي لأفراد المجموعتين التجريبية والضابطة، يتمثل في تحسن مستوياتهن جميعاً في مفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية بعد نهاية تدريس الوحدتين، وهذا أمر متوقع بسبب فعاليات التدريس المعتاد الذي تلقته المجموعة الضابطة والتدريس باستخدام التمثيلات الرياضية الذي تلقته المجموعة التجريبية، أصبح لزاماً بحث الفروق في مقدار التحسن الذي طرأ على المجموعتين التجريبية والضابطة؛ للتحقق من فاعلية التدريس باستخدام التمثيلات الرياضية، وعليه؛ قامت الباحثة باستخدام اختبار (ت) للعينات المستقلة Independent Samples T- Test لبحث الفروق بين المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في مستوى التحسن (التغير الإيجابي) لموضوع الدراسة، وأظهر الاختبار وجود فروق دالة إحصائياً بين المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في مقدار التغير الإيجابي، وذلك لصالح المجموعة التجريبية؛ مما يدل على أن التدريس باستخدام التمثيلات الرياضية كان فعالاً في تحسين التحصيل الدراسي لدى المتعلمات، وهو ما يوضحه جدول رقم 5.

جدول رقم 5

اختبار (ت) الفروق في مقدار التغير الإيجابي بين المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي للاختبار التحصيلي

المجموعة	ن	م	ع	قيمة (ت)	مستوى الدلالة
الضابطة	26	6.30	2.22	8.6	0.00
التجريبية	26	10.53	1.1		

يتبين من الجدولين المرقومين 4 و5 بأن تدريس المتعلمات في الصف السادس لمفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية باستخدام التمثيلات الرياضية يؤدي إلى زيادة التحصيل الدراسي لهن في الوحدة نفسها. الأمر الذي يجعلنا نستنتج صحة فرض الدراسة الأول، باعتبار أنه يؤدي تدريس طلبة الصف السادس لمفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية باستخدام التمثيلات الرياضية إلى زيادة التحصيل الدراسي لديهم في نفس الوحدة.

الفرض الثاني: ينص فرض الدراسة الثاني على أنه يؤدي تدريس طلبة الصف السادس لمفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية باستخدام استراتيجية التمثيلات الرياضية إلى تحسين الكفاءة الذاتية في الرياضيات. وللتحقق من صحة هذا الفرض قامت الباحثة بإجراء المقارنات التالية لبحث تلك الفروق كما يلي:

أ – بحث الفروق بين المجموعة التجريبية والضابطة المقابلة لها كلاً على حدة، في القياس البعدي للتعرف على الفروق بينهم في الكفاءة الذاتية بعد تدريس المجموعة التجريبية التمثيلات الرياضية وتدريس المجموعة الضابطة بالطريقة المعتادة.

ب – بحث الفروق بين المجموعة التجريبية والضابطة المقابلة لها كلاً على حدة، في مقدار التغير الإيجابي تحسين الكفاءة الذاتية – إن حدث هناك تغير إيجابي، وذلك للتحقق من فاعلية استخدام التمثيلات الرياضية في زيادة التحصيل الدراسي لمفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية. واستخدمت الباحثة اختبار (ت) للعينات المستقلة Independent Samples T- Test لبحث

الفروق بين المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في القياس البعدي لمستوى الكفاءة الذاتية في الرياضيات، وأظهر الاختبار وجود فروق دالة إحصائياً بين المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في القياس البعدي لمستوى الكفاءة الذاتية في الرياضيات، وذلك لصالح المجموعة التجريبية؛ مما يدل على الارتفاع الواضح لمستوى الكفاءة الذاتية في الرياضيات لدى متعلمات المجموعة التجريبية – مقارنة بمتعلمات المجموعة الضابطة – بعد تدريسهن باستخدام التمثيلات الرياضية. كما في الجدول رقم 6.

جدول رقم 6

اختبار (ت) للفروق بين متوسطات درجات أفراد المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في القياس البعدي لاستبانة الكفاءة الذاتية في الرياضيات

المجموعة	ن	م	ع	قيمة (ت)	مستوى الدلالة
الضابطة	26	2.71	0.77	9.9	0.00
التجريبية	26	4.36	0.326		

للتحقق من فاعلية التدريس باستخدام التمثيلات الرياضية في تحسين مستوى الكفاءة الذاتية في الرياضيات كان لابد من بحث الفروق في مقدار التغير الذي طرأ على مستوى كل من المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة، وعليه استخدمت الباحثة اختبار (ت) للعينات المستقلة Independent Samples T- Test لبحث الفروق بين المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في مستوى التحسن (التغير الإيجابي) لمستوى الكفاءة الذاتية في الرياضيات، وقد أظهر الاختبار وجود فرق دالّ إحصائياً بين المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في مستوى الكفاءة الذاتية في الرياضيات وذلك لصالح المجموعة التجريبية؛ مما يدل على أن التدريس باستخدام التمثيلات الرياضية كان فعالاً في تحسين مستوى الكفاءة الذاتية في الرياضيات انظر جدول رقم 7.

جدول رقم 7

اختبار (ت) للفروق بين متوسطات درجات أفراد المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في مقدار التغير الإيجابي في الكفاءة الذاتية في الرياضيات

المجموعة	ن	م	ع	قيمة (ت)	مستوى الدلالة
الضابطة	26	−0.11	0.220	10.26	0.00
التجريبية	26	1.53	0.731		

يتبين من الجدولين المرقومين 6، 7 أن تدريس متعلمات الصف السادس لمفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية باستخدام التمثيلات الرياضية يؤدي إلى زيادة الكفاءة الذاتية في الرياضيات، حيث طرأ تغير إيجابي لأفراد المجموعة التجريبية، تتمثل في زيادة مستوى الكفاءة الذاتية في الرياضيات، في حين حدث انخفاض في مستوى المجموعة الضابطة، الأمر الذي يجعلنا نستنتج قبول صحة فرض الدراسة الثاني.

خلاصة النتائج ومناقشتها

هدفت هذه الدراسة إلى تعرّف مدى فاعلية استخدام التمثيلات الرياضية على التحصيل الدراسي لدى متعلمات الصف السادس في مفاهيم النسبة والتناسب والنسبة المئوية، ويتضح من خلال ما تقدم من نتائج أن التدريس باستخدام التمثيلات الرياضية كان فعّالاً في زيادة التحصيل الدراسي لمتعلمات الصف السادس، وتعزو الباحثة ذلك إلى عدة أسباب، منها أن التمثيلات الرياضية تساعد على جذب انتباه المتعلمين وتركيزهم على موضوع الدرس من خلال تفسير المعلم وتوضيحه للأفكار وربطها بعدة أنشطة وتمارين ومواقف حياتية مستخدماً التمثيلات الرياضية، وهي بذلك تكوّن صورة ذهنية تفصيلية صحيحة عن المفهوم الرياضي؛ الأمر الذي أكدته دراسة (Anwar et al., 2016)، كما أن استخدام هذه التمثيلات يشجع المتعلم على اكتشاف التمثيلات المناسبة وبوسائل متنوعة ومتعددة سواء في الأنشطة الفردية والجماعية. واستخدام المعلم للتمثيلات الرياضية المتعددة يساعده على مراعاة الفروق الفردية للمتعلمين، وهو الذي من

شأنه تعزيز استيعابهم وفهمهم للمفهوم الرياضي. وهذا ما ذكره عثمان (2017) وأبو هلال (2012)؛ إذ أوضحا أهمية التمثيلات الرياضية في تعلم الرياضيات من خلال تنظيم المفاهيم وتحليلها لتحديد أوجه التشابه وتوظيفها في مسائل حياتية ومواقف أخرى جديدة.

وتركز نتيجة الدراسة الحالية على تحسن التحصيل الدراسي اعتمادا على استخدام التمثيلات الرياضية، وهو ما يتوافق مع الدراسات التجريبية السابقة لكل من عثمان (2017) وأبو الرب (2016)، وعبيدة (2016)، وأبو هلال (2012) والمصاروة (2012)، وشاهين (2011)، والبلاصي وبرهم (2010)، ورجب (2009)، كما يتفق مع كل من الدراستين الوصفيتين: الحربي (2014) والسواعي (2010).

وأظهرت نتائج الدراسة أيضاً أن التدريس باستخدام التمثيلات الرياضية كان فعالاً في تحسين مستوى الكفاءة الذاتية في الرياضيات وأن هناك علاقة إيجابية قوية بينهما؛ الأمر الذي يتفق مع نتائج دراسة (Chen et al., 2015) التي أظهرت أن استخدام طرق تشمل التمثيلات الرياضية في التدريس تزيد من الكفاءة الذاتية للمتعلمين، وهو من شأنه زيادة اتجاه المتعلمين نحو تعلم الرياضيات، ويمكن تفسير هذه النتيجة بأن التمثيلات الرياضية تسهم في زيادة ثقة المتعلم بنفسه من خلال اكتشاف العلاقات والترابط بين المفاهيم لتكوين التمثيلات الرياضية (Panaoura et al., 2009) وهذا جاء تأكيداً لنتيجة دراسة أبو هلال (2012) التي أظهرت أن تبني التمثيلات الرياضية بالتدريس يسهم في رفع ثقة المتعلمين بحل المسائل؛ وذلك لأنها تساعد كل متعلم على تكوين فهم واضح وصحيح للمفاهيم من خلال التعبيرات المختلفة له؛ مما يؤدي إلى زيادة الثقة لديه، كذلك تتفق مع ما توصلت إليه دراسة (Purwadi et al., 2019) من أن استخدام التمثيلات الرياضية يسهم في جعل المتعلمين أكثر تحمساً لتعلم الرياضيات وأكثر تعبيراً عن الأفكار الرياضية.

توصيات الدراسة

1 – ضرورة عقد دورات وورش عمل للمعلمين لإلمامهم بتصميم أنشطة للتمثيلات الرياضية البسيطة الحسية والتكنولوجية.

2 – تشجيع المعلمين على إشراك المتعلمين في تصميم التمثيلات الرياضية وبنائها.

3 – توعية المعلمين بضرورة تدريس المتعلمين التعبير عن أفكارهم عن طريق استخدام التمثيلات الرياضية أثناء الحصة الدراسية.

4 – استخدام تمثيلات متعددة ومتنوعة للمفهوم الواحد مراعاةً للفروق الفردية والمستويات التحصيلية المختلفة.

The Effectiveness of using Mathematical Representations on the Achievement of Sixth Grade Learners in Percentage and Proportionality Concepts, and Self-Efficiency in Mathematics in Kuwait

Dr. Noha R. Alrwaished
College of Education - Kuwait University
State of Kuwait

Abstract

This research paper aims to identify the effectiveness of using mathematical representation in improving students' achievement in the percentage and proportionality concepts, and students' self-efficacy of sixth grade students in the State of Kuwait. To achieve the objectives of the study, the quasi-experimental approach was conducted by mathematical representation to a randomly selected sample of 52 sixth grade students in the State of Kuwait. The control group consisted of 26 students who were taught using the conventional method while the experimental group (n = 26) were taught using the teaching approach based on mathematical representations. Both groups were evaluated using percentage and proportionality concepts test, and the students' Self-efficacy in Mathematics Questionnaire. The study found that teaching sixth graders using the mathematical representation approach was effective in increasing their achievement, as well as improving the degree students' self-efficacy in mathematics. The study recommended satisfying the need to present courses and workshops for teachers to study mathematical representation activities, and to encourage learners to engage in construction of mathematical representations activities.

Keywords: Mathematical representation, Self-efficacy in mathematics, Achievement

المراجع

أبو الرب، محمد (2016). *التمثيلات المتعددة في تدريس الكسور العادية وأثرها على تحصيل واتجاهات طلبة الخامس الأساسي في مدارس الوكالة بنابلس* [رسالة ماجستير، جامعة النجاح الوطنية]. تم الاسترجاع من موقع

https://scholar.najah.edu/sites/default/files/Mohammed%20Abu%20Rub.pdf

أبو هلال، محمد (2012). *معرفة أثر استخدام التمثيلات الرياضية على اكتساب المفاهيم والميل نحو الرياضيات لدى طلاب الصف السادس الأساسي.* (رقم المستخلص 693373) [رسالة ماجستير، الجامعة الإسلامية]. قاعدة بيانات دار المنظومة.

البلاصي، رياض وبرهم، أريج (2010). أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في اكتساب طلبة الصف الثامن الأساسي للمفاهيم الرياضية وقدرتهم على حل المسائل اللفظية. *مجلة دراسات العلوم التربوية، عمان، 37*(1)، 1–13.

الحربي، محمد (2014). *العلاقة بين التمثيلات الرياضية المتعددة وحل المسائل اللفظية لدى طلاب الصف السادس الابتدائي.* (رقم المستخلص 648803) [رسالة ماجستير، جامعة أم القرى]. قاعدة بيانات دار المنظومة.

رجب، إبتسام (2009). *أثر إستراتيجية تدريسية مستندة إلى معياري الاتصال والتمثيل الرياضي في القدرة على حل المشكلات والتفكير الرياضي لدى طلبة المرحلة الأساسية في الأردن.* (رقم المستخلص 587729) [رسالة دكتوراه، جامعة عمان العربية]. قاعدة بيانات دار المنظومة.

السر، خالد (2015). درجة ممارسة معلمي الرياضيات لتحركات تنمية أنماط التواصل الرياضي ومهاراته لدى طلبتهم في الصفوف السابع والثامن والتاسع في محافظة غزة. *مجلة العلوم التربوية والنفسية، 16*(2)، 429–399.

السواعي، عثمان (2010). مهارات التمثيل الرياضي وإجراء العمليات الحسابية لدى طلاب الصف السادس الأساسي. *مجلة العلوم التربوية والنفسية*، *11*(2)، 139–163.

شاهين، مرشد (2011). *أثر استخدام تمثيلات متعددة في تدريس الجبر على تحصيل طلبة الصف السابع الأساسي*. (رقم المستخلص 560156) [رسالة ماجستير، جامعة بيرزيت]. قاعدة بيانات دار المنظومة.

الشريقية، زينب (2016) *فاعلية برنامج تدريبي قائم على بعض إستراتيجيات التعلم في تحسين معتقدات الكفاءة الذاتية المدركة لدى طلبة الصف الرابع من التعليم الأساسي بسلطنة عمان*. (رقم المستخلص 945787) [رسالة ماجستير، جامعة السلطان قابوس]. قاعدة بيانات دار المنظومة.

الصبحي، نجلاء (2015). *أثر استراتيجية تدريسية قائمة على معياري التواصل والتمثيل الرياضي في التفكير الجبري وحل المشكلات الجبرية لدى طالبات المرحلة المتوسطة*. [رسالة ماجستير غير منشورة]. جامعة طيبة.

عبيدة، ناصر (2016). أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسائل الجبرية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. *دراسات عربية في التربية وعلم النفس، (75)*، 117–170.

عثمان، محمد (2017). *أثر استخدام التمثيلات الرياضية المتعددة في تنمية مهارات التفكير التأملي والاحتفاظ بها لدى طلاب الصف الثامن الأساسي بغزة*. [رسالة ماجستير، الجامعة الإسلامية]. تم الاسترجاع من موقع

العليان، فهد (2017). التقييم الذاتي لأداء معلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في ضوء معايير عمليات الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في ضوء معايير عمليات الرياضيات المدرسية العالمية NCTM. *مجلة العلوم التربوية والنفسية*، *18*(1)، 549–593.

فرج الله، عبد الكريم (2014). *أساليب تدريس الرياضيات* ط. 1. اليازوري العلمية للنشر والتوزيع.

المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات. (2013). *مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية* (ترجمة محمد بن مفرح العسيري وهيا بنت محمد العمراني وفوزي بن أحمد الذكير). مكتب التربية العربي لدول الخليج (2000).

المصاروة، مها (2012). *أثر التدريس وفق استراتيجية قائمة على الربط والتمثيل الرياضي في البراعة الرياضية لدى طلبة الصف السادس الأساسي.* (رقم المستخلص 749540) [رسالة ماجستير، الجامعة الهاشمية]. قاعدة بيانات دار المنظومة.

Abu Hilal, M. (2012*). Knowing the effect of using mathematical representations on the acquisition of concepts and the tendency towards mathematics among sixth grade students* (in Arabic). (Abstract number: 693373) [Master thesis, The Islamic University]. Dar Almandumah database.

Abu Rub, M. (2016). *Multiple representations in the teaching of ordinary fractions and their impact on the achievement and attitudes of the fifth elementary students in the agency schools in Nab*lus (in Arabic). [Master thesis, Al-Najah National University].

Alblassi, R., & Barham, A. (2010). The effect of using multiple mathematical representations on the basic eighth grade students' acquisition of mathematical concepts and their ability to solve verbal problems (in Arabic). *Journal of Educational Sciences Studies, 37* (1), 1-13.

Alharbi, M. (2014). *The relationship between multiple mathematical representations and solving verbal problems for sixth grade students* (in Arabic). (Abstract number: 648803) [Master thesis, Umm Al-Qura University]. Dar Almandumah database.

Alhashem, F., & Alkandari, A. (2015). What did Kuwait learn from its participation in TIMSS study? An exploratory case study from senior supervisors' perspectives. *Asian Social Science, 11*(27), 298-310. https://doi:10.5539/ass.v11n27p298

Almasarwa, M. (2012). *The effect of teaching according to a strategy based on mathematical linkage and representation on the mathematical prowess of sixth grade students* (in Arabic). (Abstract number: 749540) [Master thesis, The Hashemite University]. Dar Almandumah database

Alolayan, F. (2017). Self-evaluation of the performance of mathematics teachers in the middle stage in light of the standards of mathematics operations in the middle stage in light of the standards of international school mathematics operations NCTM (in Arabic). *Journal of Educational and Psychological Sciences, 18* (1), 593-549.

Alsawai, O. (2010). Mathematical representation skills and arithmetic operations for sixth grade students (in Arabic). *Journal of Educational and Psychological Sciences, 11* (2), 139-163.

Alsharkia, Z. (2016). *The effectiveness of a training program based on some learning strategies in improving the beliefs of perceived self-efficacy among fourth grade students of basic education in the Sultanate of Oman* (in Arabic). (Abstract number: 945787) [Master thesis, Sultan Qaboos University]. Dar Almandumah database

Alsir, K. (2015). The degree to which mathematics teachers practice moves to develop mathematical communication patterns and skills among their students in grades seven, eight and nine in Gaza Governorate (in Arabic). *Journal of Educational and Psychological Sciences, 16* (2), 429-399.

Alsubhi, N. (2015). *The effect of an instructional strategy based on the standards of communication and mathematical representation on algebraic thinking and solving algebraic problems among middle school students* (in Arabic). [Unpublished Master's Thesis]. Taibah University

Anwar, R., Yuwono, I., & As' ari, A. (2016). Mathematical representation by students in building relational understanding on concepts of area and perimeter of rectangle. *Educational Research and Reviews*, *11(21), 2002-2008.https://doi: 10.5897/ERR2016.2813*

Bandura, A. (1986). The explanatory and predictive scope of self-efficacy theory. *Journal of Social and Clinical Psychology, 4*(3), 359-373. https://doi.org/10.1521/jscp.1986.4.3.359

Bandura, A. (2006). Guide for constructing self-efficacy scales. In *F. Pajares & T. Urdan* (Eds.), *Adolescence and education (pp. 307-337). Information Age.*

Bursal, M. (2010). Turkish preservice elementary teachers' self-efficacy beliefs regarding mathematics and science teaching. *International Journal of Science and Mathematics Education, 8*(4), 649-666. https://doi.org/10.1007/s10763-009-9179-6

Chen, M., Lee, C., & Hsu, W. (2015). Influence of mathematical representation and mathematics self-efficacy on the learning effectiveness of fifth graders in pattern reasoning. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research, 13*(1), 1-16.

Faraj Allah, A. (2014). *Methods of teaching mathematics* (in Arabic). Al-Yazouri Scientific Publishing and Distribution.

Gates, M. (2015). *Middle school mathematics and self-efficacy at a southeastern Massachusetts middle school.* [Doctoral dissertation, Northeastern University]. Northeastern University Theses and dissertations Archive. http://hdl.handle.net/2047/d20128387

Goldin, G. (2014). Mathematical representations. In *Stephen Lerman.* (Ed.), Encyclopedia of Mathematics Education (pp.409-413). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8

Herbel-Eisenmann, B. (2002). Using student contributions and multiple representations to develop mathematical language. *Mathematics Teaching in the Middle School, 8*(2), 100-105.

Kahle, D. (2008). *How elementary school teacher's mathematical self-efficacy and mathematics teaching self-efficacy relate to conceptually and procedurally oriented teaching practices.* [Doctoral dissertation, The Ohio State University] The Ohio State University Theses and dissertations Archive. http://rave.ohiolink.edu/etdc/view?acc_num=osu1211122861

Kaya, D., & Bozdag, H. (2016). Resources of mathematics self-efficacy and perception of science self-efficacy as predictors of academic achievement. *European Journal of Contemporary Education, 18*(4), 438-451. https://doi: 10.13187/ejced.2016.18.438

Morán-Soto, G., & Benson, L. (2018). Relationship of mathematics self-efficacy and competence with behaviors and attitudes of engineering students with poor mathematics. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 6*(3), 200-220. https://doi: 10.18404/ijemst.428165

National Council of Mathematics Teachers (2013). *Principles and Standards of School Mathematics* (in Arabic). (Muhammad bin Mufrah al-Asiri, Haya Bint Muhammad al-Omrani and Fawzi bin Ahmad al-Dhakir) Arab Bureau of Education for the Gulf States (2000).

National Council Teachers Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.

Othman, M. (2017). *The effect of using multiple mathematical representations on developing and retaining reflective thinking skills among eighth grade students in Gaza* (in Arabic). [Master thesis, Islamic University]. Retrieved from http://hdl.handle.net/20.500.12358/19411

Panaoura, A., Gagatsis, A., Deliyianni, E., & Elia, I. (2009). The structre of students' beliefs about the use of representations and their performance on the learning of fractions. *Educational Psychology, 29*(6), 713-728. https://doi: 10.1080/01443410903229437

Pietsch, J. (2020). *Teaching and learning mathematics together: Bringing collaboration to the centre of the mathematics classroom.* Cambridge Scholar Publishing.

Purwadi, I., Sudiarta, I., & Suparta, I. (2019). The effect of concrete-pictorial-abstract strategy toward students' mathematical conceptual understanding and mathematical representation on fractions. *International Journal of Instruction, 12(1), 1113-1126.*

Rajab, I. (2009). *The effect of an instructional strategy based on the standards of communication and mathematical representation on the ability to solve problems and mathematical thinking among primary school students in Jordan* (in Arabic). (Abstract number: 587729) [Doctoral dissertation, Amman Arab University]. Dar Almandumah database

Schukajlow, S., Achmetli, K., & Rakoczy, K. (2019). Does constructing multiple solutions for real-world problems affect self-efficacy?.

Educational Studies in Mathematics, *100,43-60. https://doi: org/10.1007/ s10649.*

Schultz, J., & Waters, M. (2000). Why representations? *The Mathematics Teacher*, *93(6), 448-453.*

Shaheen, M. (2011). *The effect of using multiple representations in teaching algebra on seventh grade students 'achievement* (in Arabic). (Abstract number: 560156) [Master Thesis, Birzeit University]. Dar Almandumah database.

Siegle, D., & McCoach, B. (2007). Increasing student mathematics self-efficacy through teacher training. *Journal of Advanced Academics, 18*(2), 278-312. https://doi:10.4219/jaa-2007-353

Son, J. (2018). Back translation as a documentation tool. *Translation & Interpreting, 10*(2), 89-100. https://doi: 10.12807/ti.110202.2018.a07

Sowanto, S., & Kusumah, Y. (2018). Enhancing students' mathematical representation and self-efficacy through situation-based learning assisted by geometer's sketchpad program. *Journal of Physics*: Conference Series. https://doi: 10.1088/1742-6596/1013/1/012107

Stevens, T., Olivárez Jr, A., & Hamman, D. (2006). The role of cognition, motivation, and emotion in explaining the mathematics achievement gap between Hispanic and white students. *Hispanic Journal of Behavioral Sciences, 28*(2), 161-186. https://doi.org/10.1177/ 0739986305286103

Trends in Mathematics and Science Studies (TIMSS) (2015). *International results in mathematics*. Retrieved from: http://timss2015.org/wp-content/uploads/filebase/full%20pdfs/T15-International-Results-in-Mathematics-Grade-8.pdf

Ubaida, N. (2016). The effect of using multi-level mathematical representations in teaching mathematics on developing algebraic thinking skills, algorithmic skills, and solving algebraic problems among middle school students (in Arabic). *Arab Studies in Education and Psychology, (75),* 117-170.

Ural, A., Umay, A., & Argun, Z. (2008). The effect of student teams achievement-based technique on academic achievement and self-efficacy

in mathematics. *Journal of the Faculty of Education, 35*(35), 307-318. https://doi:10.5539/ies.v9n11p104

Usher, E. (2007). *Tracing the origins of confidence: A mixed-methods exploration of the sources of self-efficacy beliefs in mathematics.* [Doctoral dissertation, Emory University] Emory University Theses and dissertations Archivehttps://etd.library.emory.edu/

Usta, H. (2016). Analysis of student and school level variables related to mathematics self-efficacy level based on PISA 2012 results for China-shanghai, Turkey, and Greece. *Educational Sciences: Theory and Practice, 16*(4), 1297-1323.https://doi: 10.12738/estp.2016.4.0283