معوقات تدريس البراهين الرياضية في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلمي الرياضيات

د. إبراهيم إبراهيم محمد أبو عقيل

كلية التربية - جامعة الخليل

فلسطين

الملخص

هدفت الدراسة إلى الكشف عن معوقات تدريس البراهين الرياضية في المرحلة الأساسية العليا من وجهة معلمي الرياضيات، تألفت العينة من (١٦٤) معلماً ومعلمة اختيروا بالطريقة العشوائية البسيطة. ولجمع البيانات استُخدم استبيان تم التأكد من صدقه وثباته. وكشفت النتائج عن بعض المعيقات في تدريس البراهين الرياضية تتمثل في: عدم قدرة الطلبة على البدء بالبرهان، وعدم قدرة الطالب على تبرير كل خطوات البرهان، كما يجد الطلبة صعوبة في استخدام اللغة الرياضية، بتحويل اللغة إلى رموز أو خوارزمية معينة، في كتابة البرهان الرياضي. ولا يمتلك الطلبة المعرفة الكافية للمفاهيم والنظريات الرياضية المساندة للإثبات، ولا يوجد لدى الطلبة اهتمامات كبيرة نحو البراهين. ومن جانب آخر تبيّن أن لدى المعلمات الإناث معيقات في تدريس البراهين أكثر من المعلمين الذكور، وأن المعيقات عند المعلمين حملة الماجستير هي نفسها عند حملة البكالوريوس والدبلوم، وأن معيقات تدريس البراهين في الصف السابع لا تختلف كثيرا عن الصفوف الثامن والتاسع والعاشر، في حين كان للخبرة دور كبير في التخفيف من هذه المعيقات. وفي ضوء هذه النتائج قُدمت بعض التوصيات والمقترحات.

المقدمة

تعتبر الرياضيات علماً تجريدياً من إبداع العقل البشري، ويهتم بطرائق الحل وأنماط التفكير، بل ويرى الصادق (٢٠٠١) أن الرياضيات تعد تعبيرا عن العقل البشري الذي يعكس القدرة العملية والتأملية والتحليل وبسبب طبيعتها العقلية المطلقة فإنها تمتلك قيمة تنظيمية حقيقية تنمي وتطور قوى التفكير والاستدلال والبرهان والاستنتاج من الوقائع والمقدمات إلى النتائج، ويشير

الحسون (١٩٨٤) إلى أن الرياضيات تُعنى بدراسة البنى المجردة باستخدام المنطق والبراهين الرياضية والتدوين الرياضي وبشكل أكثر عمومية تُعنى بدراسة الأعداد وأنماطها.

فالبرهان نوع من المعالجة التي تهدف إلى الإقناع بصحة قضية ما من خلال تقديم الأدلة وإقامة الحجج التي تدعو إلى الاقتناع إلى حد التأكد من صحة تلك القضية، فهو غير مقصور على برهنة النظريات والتعميمات الرياضية بل هو مفهوم أساس في الفكر البشري وفي مجالات متعددة من الحياة، (عبيد وآخرون، ٢٠٠٠)، ويشير (بل، ١٩٨٧) إلى أن البرهان أية مناقشة أو تقديم شواهد تُقنع شخصاً ما بقضية ما، وتعتقد الميدا (Almeida, 1995) أن البرهان الرياضي ليس كغيره من البراهين فهو (دياليكتيكي) أي يقوم على المنطق والتفكير المنطقي. وأن برهان قضية ما في الرياضيات هي متتالية من العبارات (ف١، ف٢، ...، فn) بحيث أن ف١ عبارة إما أن تكون فرضياً صحيحة أو أن ف٢ مثلاً صحيحة باستخدام العبارتين السابقتين ف١،ف٢، وهكذا فكل فk تعتمد على ما يسبقها من العبارات، فk نظرية مثبتة بما يسبقها من عبارات (ف١، ف٢، ...، فk-١)، (الحسون، ١٩٨٤).

وقد بينت إمامغلو وتوغرول (Imamoglo and Togrol, 2010) أن هناك أربعة عوامل تؤثر في اتجاهات الطلبة نحو البرهان الرياضي هي: المعلومات السابقة لدى الطلبة، والأهمية التي يبديها الطلبة للبرهان في دروس الرياضيات، وإعتقادات الطلبة وخبراتهم، والفروق الموجودة بين الدروس المختلفة، وتؤكد فيفر (Pfeiffer, 2010) أن البرهان الرياضي يشكل عائقاً كبيراً أمام الطلبة في المراحل الدراسية المختلفة، فمعيقات البرهان في مرحلة ما هي معيقاته في المرحلة التي تليها، وأن لدى الطلبة تصوراً غامضاً عن البرهان الرياضي الصحيح، فهم ينظرون إلى هيكلية البرهان وليس إلى فكرة البرهان نفسها، وأن عملية التأمل خلال عمليات الإثبات يعزز عملية تعلم البرهان الرياضي.

وفي نفس السياق تؤكد زاخري (Zacharie, 2009) أن الطلبة أبدوا كُرههم للبرهان الرياضي لأسباب تتعلق بممارسات وأساليب وطرق تعليمية يستخدمها

المعلمون، وإلى عدم قدرة المعلمين شرح المفاهيم الرياضية الصعبة أثناء عملية البرهنة، وأشار كو وشاي (Ko and Shy, 2008) إلى أن الطلبة يواجهون صعوبات حقيقية في أداء البرهان الرياضي فهم يفتقرون إلى القدرة على إكمال أو إتمام البرهان إلى النهاية.

ويضيف عبيد وآخرون (٢٠٠٠) أن للبرهان ثلاث خطوات رئيسية هي: تحليل المعطيات وتحليل المطلوب وإيجاد العلاقة بين المعطيات والمطلوب، وكأن تلك هي خطوات حل المسألة من حيث تحديد المعطيات والمطلوب وإيجاد خطة وعلاقة تربط بين المتغيرات والثوابت فيها، كما حدد (Knuth, 2002) وظائفاً للبرهان الرياضي منها: التأكد من صحة القضية المطروحة، وتوضيح السبب من صحتها، والقدرة على التواصل مع المعرفة الرياضية، والاكتشاف والاطلاع والإبداع في الرياضيات، ومحاولة وضع العبارات في نظام بديهي.

ولأهمية البرهان الرياضي البالغة في تدريس الرياضيات فقد أبرز المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية (National Council of Teachers of Mathematics-NCTM) هذه الأهمية والدور الذي تلعبه معرفة المعلمين واعتقاداتهم في استيعاب الطلبة للبرهان، واعتباره كواحد من المعايير الرئيسة للرياضيات المدرسية للعام (٢٠٠٠) (Principles and Standards for School Mathematics)، وتضمنت ضرورة القدرة على تعلم البرهان لفهم الرياضيات (NCTM, 2000).

وتكمن أهمية البرهان في أنه جزء أساسي من عمليات الاستدلال، وييسر للطلبة التطور العقلي، وتطور التفكير الناقد، ولذلك فإن من التربويين من يدعو إلى أن يكون البرهان الرياضي المكون الرئيس لمنهاج الرياضيات المدرسية، واعتباره ركناً أساسياً من أركان مبحث الرياضيات، (Ball et al., 2002).

وتتضح أهمية البرهنة في التأكيد على تعلم طرق وأساليب البرهان الرياضي، ويذكر فريدريك (بل، ١٩٨٩) أن الطلبة يتكون لديهم فكرة ذاتية عن البرهان مؤداها «إذا ذكرت قضية ما في الكتاب فإنها يجب أن تكون صحيحة أو صواباً»، وهناك أسباب عديدة لوجود مثل هذه الأفكار غير الصحيحة لدى

الطلبة عن البرهان وهي: ١) ارتباط نمو مفهوم البرهان بمراحل النمو العقلي عند بياجيه، فطلبة مرحلة التمركز حول الذات يميلون إلى قبول صحة القضية إذا بدت لهم كذلك، أما طلبة المرحلة المحسوسة فقد يقبلون بصحة قضية عامة حتى إذا رأوا صحة هذه القضية في حالات خاصة، وطلبة مرحلة التفكير المجرد قد يقبلون بصحة نظرية ما إذا وردت في الكتاب أو صدرت عن المعلم، ٢) لكي يكون للبرهان معنى فلا بد وأن يتولد لدى الطلبة الشك في صحة النظرية ويتكون لديهم الرغبة في القضاء على هذا الشك، فإذا كانت النظرية المطروحة واضح إثباتها فان القيام ببرهنتها يبدو كأنه إرضاء للمعلم، أما إذا كان إثباتها غير واضح فإن البعض لا يهمه صوابها أو خطأها، بل إن البعض ليس لديه اهتمام نحو صحة أو عدم صحة تلك البراهين، ٣) كثير من المعلمين لا يدرسون الطرق المختلفة للبراهين بأسلوب محبب، بل القليل منهم لا يعرفونها والكثير منهم لا يسمع بالإثبات بدون كلمات.

ويؤكد فارغيس (Varghase, 2009) على أهمية البرهان والتفكير في مناهج الرياضيات، وحدد ثلاثة عوامل يجب على المعلمين إدراكها أثناء تعليم البراهين هي: مفهوم البرهان بحد ذاته وأنواعه، وأساليب تدريس البرهان الرياضي، وتوضيح أهمية وفوائد البرهان الرياضي داخل الصف، وأنه ينبغي على المعلمين أن يعلموا أن الطلبة يعتمدون عليهم في إثبات البراهين، لذا يتوجب عليهم مساعدة الطلبة في إزالة الغموض الذي يكتنف البرهان الرياضي.

وذكرت سنك وزملاؤها (Senk et al., 2008). صعوبات متعددة تواجه الطلبة في بناء وكتابة البرهان الرياضي، كما أن لدى الطلبة التباساً في فهم العلاقة بين الأمثلة وتفسير أو إثبات الحالات الخاصة وبين برهنة الحالات العامة، وقد عزوا ذلك لتكرار التمارين الرياضية التي تتطلب من الطالب تفسير أو إثبات بعض الحالات الخاصة لخاصية معينة وليس لحالات عامة.

وحدد مور (Moore, 1994) الصعوبات المعرفية للطلبة في تعلم أداء البرهان الرياضي الرمزي في ثلاثة مصادر للصعوبات تواجه الطلبة في تعّلم

البرهان وهي: استيعاب المفاهيم الرياضية، واستخدام اللغة الرياضية والرمزية، وعملية البدء بالبرهان، وأن تصوراتهم وأفكارهم السابقة عن طبيعة البرهان قد تؤثر في كتابتهم للبرهان، بل ويشير أيضاً إلى أن الطلبة يحفظون البرهان حفظاً لأنهم لا يفهمون حقيقة البرهان.

وقد وضح تسنغ وجيانغ (Zeng and Jiang, 2010) أن فهم البراهين الرياضية من أجل فهم النظريات ذات الصلة، وأن عملية تدريس البراهين للطلاب يعد تحدياً لهم، وعليه كيف يمكن تعليم البراهين بطريقة تجذب الطلاب لها؟، فقدما طريقتين فعّالتين يمكن استخدامهما في تعلم البراهين الرياضية لطلبة الرياضيات وهما: طريقة أفكار المعلم وهي الأفكار القائمة على النظريات التي تُثبت عن طريق الأفكار التي يحملها المعلم، واعتقد أن أغلب النظريات التي تُثبت للطلبة تعتمد في إثباتها على أفكار المعلم، وطريقة أفكار المعلم تبنى على ثلاثة مواضيع وهي: التفكير بالبرهان، واستخدام الجداول، وأخيراً كتابة الخوارزمية، وأن كتابة الخوارزمية هي شرط أساسي لإثبات البرهان، وان عملية الطلب من الطلبة التفكير في خوارزمية لإثبات البرهان هي ممارسة جيدة في التدريس مع تعزيز الطلبة في ذلك.

أما الطريقة الثانية فهي طريقة الرسوم البيانية وهي أدوات جيدة في الإثبات والبرهان، ويمكن لمجموعة من المخططات البيانية تصوير ما سيتم عمله وتبين متطلبات الحل وإثبات البرهان، ويمكن القول أن النظرية أو الصيغة المراد إثباتها توضع عبر رسم بياني أو مخطط تجعل الطالب أقرب إلى الحل، بمعنى الوصول إلى (البرهان دون عبارات) أو (الإثبات دون كلمات) (Proof without words)، فالرسم البياني أو التخطيطي يوضح الفكرة العامة للمفهوم أو البرهان المراد إثباته، فهو يوفر طريقة عرض البيانات وترتيبها، ولكن على المعلم أن يدرس الطلبة الكيفية التي يتمكن بها الطالب من وضع الرسم البياني المساند.

ويشير تقرير (London Mathematical Society, 1995) وبل (١٩٨٩) إلى أن عدداً كبيراً من الطلبة ينهون الصفوف الأساسية العليا دون فهمهم لطبيعة البرهان الرياضي، وإلى أن معظم الطلاب الذين يدخلون التعليم العالي لم يعد

يفهمون أن البرهان يلعب دوراً أساسياً في الرياضيات ومن أسباب ذلك استنتج أن المنهاج الوطني للرياضيات يكوِّن فكرة مشوهة لدى الطلبة عن البرهان الرياضي، ويبين تقرير (LMS, 1995) أيضاً أنه يجب علينا رفع كفاءة وثقة أولئك الذين يُختارون ليصبحوا معلمين لمادة الرياضيات.

ويذكر بل (١٩٨٩) عدة أنواع للبرهان الرياضي الاستنباطي في صنفين أولهما البرهان المباشر ويشمل: قانون الوضع المنطقي، والانتقالية، وقانون الرفع المنطقي، ونظرية الاستنباط، وعكس النقيض، والبرهان باستنفاد الحالات، والاستنتاج الرياضي، أما الصنف الآخر فهو البرهان بإثبات استحالة التناقض ويشمل على: المثال المضاد، والبرهان غير المباشر، وأعتقد أنه لا يمكن الفصل بين طرق وأساليب تدريس البرهان مهما تنوعت البراهين الرياضية، وذلك بسبب عدم القدرة على القيام بالفصل بين طرائق التفكير عن بعضها البعض.

ومما سبق ومع التركيز على الاستراتيجيات والأساليب والطرق الحديثة في عمليتي التعليم والتعلم إلا أن الطلبة لا يزال يعانون من صعوبات وعقبات في فهم البرهان الرياضي وتطبيقه، فيعتقد كل من فارجز (Varghese, 2009) وبراون وآخرون (Brown et al., 2008) إلى أن الصعوبة في استيعاب البرهان الرياضي والقصور في فهم معانيه قد تعود إلى أساليب وطرق التدريس (التدريس التقليدي)، ومن خلال ذلك يتبين أنه لا بد من الكشف عن المعيقات والصعوبات التي تواجه المعلمين في تدريس البرهان الرياضي والوقوف عليها لكي نتمكن من الحد منها قدر المستطاع وطرح أساليب وطرق تدريس حديثة له، واعتقد أن تبصير الباحثين والمعلمين والمعنيين بتلك الصعوبات وتحديدها تجعلهم يتفادونها "فالوقاية خير من العلاج".

ومن خلال الاطلاع وتحليل نتائج بعض الدراسات التي اهتمت بالبرهان الرياضي، تبين أن البعض منها قد اهتم بتقديم استراتيجيات في البرهان الرياضي مثل استخدام أسلوب البرهان بدون كلمات وقياس أثره على التحصيل (العابد، ٢٠١٢)، في حين تناولت بعض الدراسات أثر وحدة مقترحة على تنمية مهارات

البرهان الرياضي (عفانه، ٢٠٠١)، وتناولت دراسات أخرى مفاهيم البرهان الرياضي، ومهارات البرهان الرياضي لدى المعلمين (Knuth, 2002)، وبحثت بعض الدراسات في مستويات البرهان في الرياضيات المدرسية والصعوبات التي توجه الطلبة في بناء البراهين (Weber, 2001)، وأجمعت الدراسات على وجود صعوبات في فهم وبناء البراهين عند الطلبة، وللحد والمحاولة من تقليل الفجوة بين لا بد من تعرّف معيقات تدريس البراهين الرياضية وتبصير المعلمين بها، لذلك جاءت هذه الدراسة.

هدف الدراسة وأسئلتها

هدفت الدراسة إلى التعرف على معوقات تدريس البراهين الرياضية في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلمي الرياضيات، وبالتحديد فقد حاولت الدراسة الإجابة عن السؤال الرئيس التالي:

ما معوقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلمي الرياضيات؟.

وينبثق عن هذا السؤال الرئيس السابق فرضيات تتعلق بالمتغيرات التصنيفية، هي:

لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (α=٠,٠٥) بين متوسطات درجات معوقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم باختلاف كل من: النوع (ذكر، أنثى)، والصف (السابع، الثامن، التاسع، العاشر)، والمؤهل العلمي (دبلوم، بكالوريوس، ماجستير فأكثر)، وسنوات الخبرة (أقل من ٥ سنوات، من ٥-١٠سنوات، من ١٠-١٥، وأكثر من ١٥ سنة).

الطريقة والإجراءات

أ - منهج الدراسة:

اعتمدت الدراسة الحالية المنهج الوصفي، وهو منهج مناسب في مثل هذه الدراسات. وهذا المنهج يساعد على الوصول إلى الحقائق عن الظروف الراهنة،

ويستنبط الصعوبات والمعيقات في تدريس البراهين من وجهة نظر المعلمين، ويساعدنا على فهم الحاضر وأسبابه ورسم خطط المستقبل واتجاهاته، ويتناسب المنهج الوصفي مع طريقة جمع البيانات المعتمدة في هذه الدراسة وهي الاستبانة التي تعتمد في صدق بياناتها على عوامل كثيرة ترتبط بأفراد العينة وأهوائهم وجديتهم في تقديم البيانات، وهي من أكثر الطرائق استعمالاً في مثل هذه الدراسات والبحوث النفسية والتربوية.

ب - مجتمع الدراسة وعينتها:

تألف مجتمع الدراسة من جميع معلمي ومعلمات الرياضيات لصفوف المرحلة الأساسية العليا بالمدارس الحكومية التابعة لمديرية التربية والتعليم بمحافظة الخليل من الفصل الأول من العام الدراسي (٢٠١١/٢٠١٢) وبلغ عددهم (١٠٨٩) معلماً ومعلمة، والجدول التالي يبين أعداد معلمي ومعلمات الرياضيات في المدارس الحكومية التابعة لوزارة التربية والتعليم "المجتمع الإحصائي" حسب متغيرات الدراسة المستقلة:

جدول رقم (١)

توزيع أفراد المجتمع الإحصائي على المتغيرات المستقلة

(النوع والصف وسنوات الخبرة)

الصف	الجنس	أقل من ٥ سنوات	من ٥ إلى ١٠سنوات	من ١٠ إلى ١٥	من ١٥ فأكثر	المجموع	م. كلي
السابع	ذكور	٢٥	٧٢	٥٣	١٢	١٦٢	٣١١
	إناث	٣٤	٦٦	٣٩	١٠	١٤٩	
الثامن	ذكور	١٦	٦٣	٤١	٢٤	١٤٤	٢٩٥
	إناث	١٩	٥٤	٦١	١٧	١٥١	
التاسع	ذكور	٢٧	٣٨	٤٧	٢١	١٣٣	٢٤٠
	إناث	٢٢	٣٢	٣٦	١٧	١٠٧	
العاشر	ذكور	٢٣	٤١	٥٠	٢٣	١٣٧	٢٤٣
	إناث	١٨	٢٦	٣٧	٢٥	١٠٦	

تابع/ جدول رقم (١)

توزيع أفراد المجتمع الإحصائي على المتغيرات المستقلة

(النوع والصف وسنوات الخبرة)

الصف	الجنس	أقل من ٥ سنوات	من ٥ إلى ١٠سنوات	من ١٠ إلى ١٥	من ١٥ فأكثر	المجموع	م. كلي
المجموع	ذكور	٩١	٢١٤	١٩١	٨٠	٥٧٦	١٠٨٩
	إناث	٩٣	١٧٨	١٧٣	٦٩	٥١٣	
م. كلي		١٨٤	٣٩٢	٣٦٤	١٤٩	١٠٨٩	

وبهدف تمثيل مجتمع الدراسة اكتُفِيَ بأخذ عينة بنسبة (١٥٪) من هذا المجتمع بلغ عددها (١٦٤) معلماً ومعلمة تم اختيارهم بالطريقة العشوائية الطبقية، ففي البداية تم تحديد أفراد عينة معلمي كل صف حسب القاعدة التالية، (أبو عقيل، ٢٠١٢):

$$\text{عدد معلمي ومعلمات عينة صف ما} = \frac{\text{عدد معلمي الصف} \times \text{عدد معلمي العينة}}{\text{العدد الكلي}}$$

فلو أخذنا معلمي ومعلمات الصف السابع مثلا: ما عدد المعلمين والمعلمات الذين سينضمون إلى العينة؟ ومن خلال القاعدة السابقة نحصل على (٤٧) معلماً ومعلمة، وهنا يأتي التساؤل التالي: كم معلماً ذكراً وكم معلمة أنثى من معلمي ومعلمات الصف السابع؟ وللإجابة عن ذلك تم استخدام الطريقة العشوائية الطبقية لتحديد أفراد عينة الذكور والإناث في كل صف باستخدام نفس القاعدة السابقة، وعلى سبيل المثال سيتم تطبيق القاعدة السابقة على الصف السابع كما يلي:

عدد الذكور الذين سينضمون إلى عينة الدراسة من معلمي ومعلمات الصف السابع هو:

حاصل ضرب عينة المعلمين والمعلمات في الصف السابع في عدد المعلمين

الذكور في الصف السابع مقسوماً على العدد الكلي لمعلمي الصف السابع كما يلي:

$$\frac{٤٧ \times ١٦٢}{٣١١} = ٢٤,٤٨ \approx ٢٤$$

يعني نحتاج (٤٧) معلماً ومعلمة من معلمي الصف السابع البالغ عددهم (٣١١) معلماً ومعلمة، وعليه كم نحتاج معلماً ذكراً من المعلمين الذكور البالغ عددهم (١٦٢) لنفس الصف، وأيضا تم استخدام الطريقة العشوائية الطبقية لتحديد أفراد العينة بحسب سنوات الخبرة لكل معلم في كل صف، والجدول التالي يوضح أعداد أفراد العينة حسب متغيرات الدراسة المستقلة:

جدول رقم (٢)

توزيع عينة الدراسة على المتغيرات المستقلة (النوع والصف وسنوات الخبرة)

الصف	الجنس	أقل من ٥ سنوات	من ٥ إلى ١٠سنوات	من ١٠ إلى ١٥	من ١٥ فأكثر	المجموع	م. كلي
السابع	ذكور	٤	١٠	٨	٢	٢٤	٤٧
	إناث	٥	١٠	٦	٢	٢٣	
الثامن	ذكور	٣	٩	٦	٤	٢٢	٤٤
	إناث	٣	٨	٩	٢	٢٢	
التاسع	ذكور	٤	٦	٧	٣	٢٠	٣٦
	إناث	٣	٥	٥	٣	١٦	
العاشر	ذكور	٣	٦	٨	٤	٢١	٣٧
	إناث	٢	٤	٦	٤	١٦	
المجموع	ذكور	١٤	٣١	٢٩	١٣	٨٧	١٦٤
	إناث	١٣	٢٧	٢٦	١١	٧٧	
م. كلي		٢٧	٥٨	٥٥	٢٤	١٦٤	

يلاحظ من الجدول رقم (٢) أن المعلمين الذكور احتلوا العدد الأكبر في العينة (٨٧) ذكراً بنسبة (٥٣٪)، واحتل معلمو ومعلمات الصف السابع العدد

الأكبر في العينة (٤٧) معلماً ومعلمة بنسبة (٢٨,٦٪)، واحتل المعلمون والمعلمات من أصحاب الخبرة (من ٥ إلى ١٠سنوات) العدد الأكبر في العينة بواقع (٥٨) معلماً ومعلمة بنسبة (٣٥,٣٪).

ج - أدوات الدراسة:

١ - الاستبيان: قام الباحث بإعداد أداة الدراسة لقياس معيقات تدريس البراهين الرياضية من وجهة نظر المعلمين والمعلمات الذين يدرسون البراهين لصفوف المرحلة الأساسية العليا، وتم تطويره بعد الاطلاع على الأدب التربوي المتعلق به والدراسات السابقة ذات الصلة، وبناءً على المعلومات التي توافرت لدى الباحث، حيث إن الاستبيان يكشف عن معيقات تدريس البراهين الرياضية في ثلاثة مجالات وهي: مجال معيقات تتعلق بالطالب نفسه بواقع (١١) فقرة، مجال معيقات تتعلق بالمعلم بواقع (١١) فقرة، مجال معيقات تتعلق بالمنهاج بواقع (٩) فقرات.

تألّفت أداة الدراسة من (٣١) فقرة، الاستبيان من النوع المتدرج أمام كل فقرة خيارات تتراوح من غالباً إلى أبداً؛ بحيث إن الفقرات الإيجابية تعطى غالباً (٥ درجات) وكثيراً (٤ درجات) وأحياناً (٣ درجات) ونادراً (درجتان) وأبداً (درجة واحدة)، والفقرات السلبية تعطى غالباً (درجة واحدة) وكثيراً (درجتان) وأحياناً (٣ درجات) ونادراً (٤ درجات) وأبداً (٥ درجات)، وبذلك تكون الدرجة الكلية العليا على الاستبيان (١٥٥) أما الدرجة الكلية الدنيا على الاستبيان فهي (٣١).

وللتأكد والتحقق من صدق وثبات هذه الأداة تم تطبيقها على عينة استطلاعية من المعلمين والمعلمات بلغ عددهم (٣٣) معلماً ومعلمة من مدرسي الرياضيات للمرحلة الأساسية العليا من خارج العينة الأصلية، حيث تم استخراج معامل ارتباط بيرسون للاتساق الداخلي من خلال ارتباط جميع الفقرات مع الدرجة الكلية وكان متوسط معاملات الارتباط (٠,٧٣) ويشير ذلك إلى أن جميع الارتباطات الفرعية عالية، ومن جهة أخرى تم عرض الاستبيان على مجموعة من المحكمين المختصين في هذا المجال، وقد أبدوا

ملاحظاتهم الهامة التي منها: الاقتصار على ثلاثة مجالات وهي (معيقات بالنسبة للطالب، معيقات ناتجة عن المعلم، معيقات ناتجة عن المنهاج بحد ذاته)، وتم الأخذ بجميع الملاحظات دون استثناء، وتم حساب معامل الثبات للأداة عن طريق استخراج معامل ألفا كرونباخ حيث كانت قيمة ألفا (٠,٧٦).

٢ - المقابلات المقننة: تم مقابلة (١٢) معلماً ومعلمة ممن طبق عليهم الاستبيان لغايات استقصاء بعض العوامل المرتبطة بمعيقات تدريس البراهين الرياضية مثل: العمر، مدة تدريس المعلم للرياضيات لهذه المرحلة وغيرها التي ربما تكون لها تأثير على هذه المعيقات، مما يساعد على تفسير النتائج الكمية التي توصلت إليها الدراسة، واستخدم الباحث عدة أسئلة مرتبطة ارتباطاً وثيقاً بفقرات الاستبيان وذلك لتأكيد النتائج التي تم الحصول عليها، ومن الأسئلة المستخدمة: (هل تستخدم جميع أنواع البراهين؟، بنظرك، ما معيقات تدريس البراهين التي تعود أسبابها إلى الطالب؟ التي تعود أسبابها إلى المعلم؟ التي تعود أسبابها إلى المنهاج؟)، ومن ثم تم تدوين الاستجابات الأكثر تكراراً ومقارنتها بالنتائج الكمية.

د - التحليل الإحصائي: تم تحليل البيانات كمياً وكيفياً باستخدام كل من طرق التحليل الكمي والكيفي المختلفة، فبالنسبة للتحليل الكمي تم استخراج المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية، واختبار (ت) واختبار تحليل الأحادي واختبار المقارنات البعدية (شيفيه) وذلك للإجابة عن سؤال الدراسة وفروضها، أما التحليل الكيفي فقد تم استخدام طريقة تحليل المضمون التي اقترحها بيرلسون (Berelson, 1971) التي تتضمن اخذ الأفكار والعوامل الأكثر تكراراً في استجابات المفحوصين الذين تم مقابلتهم واستقصاء هذه العوامل بطرق مختلفة لغايات الوصول إلى تفسيرات منطقية وواقعية.

عرض نتائج الدراسة

النتائج المتمثلة بسؤال الدراسة الرئيس الذي نصه: ما معوقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلمي الرياضيات؟.

تم تحليل الاستبانة فحُسبت المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لكل فقرة من فقرات الاستبيان وعلى الدرجة الكلية لها عند العينة، فأن الفقرة التي تحصل على متوسط حسابي من (١-٢,٣٣) فإن درجتها متدنية، أي أن المعيقات في تدريس البرهان عليها قليلة وتقابل ذلك نسبة مئوية بين (٢٠٪-٤٦,٦٪)، أما إذا حصلت الفقرة على متوسط حسابي ما بين (٢,٣٣-٣,٦٦) فإن درجتها متوسطة، أي أن المعيقات على هذه الفقرة متوسطة وموجودة في تدريس البراهين الرياضية بشكل متوسط وتقابل ذلك نسبة مئوية بين (٤٦,٦٪-٧٣,٢٪)، أما إذا حصلت الفقرة على متوسط حسابي أكبر (٣,٦٦) فإن درجتها عالية، أي تعتبر الفقرة إحدى معيقات تدريس البراهين الرياضية من وجهة نظر معلمي ومعلمات الرياضيات، وتقابله نسبة مئوية أكبر من (٧٣,٢٪). وبشكل عام يوضح الجدول التالي ترتيب المجالات على الأداة حسب الدرجة الكلية والمتوسط الكلي لكل مجال.

جدول رقم (٣)

ترتيب المجالات على الأداة

الرقم	المجال	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	النسبة المئوية	الرتبة للمجال	الدرجة
١	معيقات متعلقة بالطالب	٣,٧٣٩	٠,٥٣	٧٤,٧٪	١	مرتفعة
٢	معيقات متعلقة بالمعلم	٢,٨٨٧	٠,٧٨	٥٧,٧٪	٣	متوسطة
٣	معيقات متعلقة بالمنهاج	٣,٠٩٦	٠,٨٧	٦١,٩٪	٢	متوسطة
الدرجة الكلية على الاستبيان		٣,٢٤٠	٠,٧٢	٦٤,٨٪		متوسطة

من الجدول السابق نلاحظ الدرجة الكلية لمعيقات تدريس البراهين من وجهة نظر المعلمين والمعلمات جاءت متوسطة، واعتقد أن هذا يرجع إلى طبيعة البرهان الرياضي كجزء لا يتجزأ من الرياضيات، وحصلت معيقات تدريس البراهين الرياضية المتعلقة بالطالب على أعلى نسبة منها وهي (٧٤,٧٪) بدرجة مرتفعة، في حين كانت نسبة معيقات تدريس البراهين المتعلقة بالمعلم (٥٧,٧٪)

منها، وربما هذا يدل على أن المعلم يبذل قصارى جهده في عمليات شرحه وتقديمه للبراهين لكي يتمكن الطلبة من فهم البرهان، والجدول التالي يوضح معيقات تدريس البراهين الرياضية على المجال الخاص بالطالب:

جدول رقم (٤)

يبين معيقات تدريس البراهين الرياضية على المجال الخاص بالطالب

الرقم	الفقرات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	النسبة المئوية	الرتبة للمجال	الرتبة العامة	الدرجة
المجال الأول: معيقات متعلقة بالطالب							
١	يتكون لدى الطالب فكرة ذاتية عن البرهان على أن أي قضية طرحت في الكتاب فهي صحيحة	٢,٩٣٠	٠,٢٣	٥٨,٦٪	١٠	٢٠	متوسطة
٢	يتكون لدى الطالب الشك في القضية المطروحة	٣,٣٤٦	٠,٥٤	٦٦,٩٪	٩	١٠	متوسطة
٣	يقبل الطالب صحة النظرية لأنها صدرت عن المعلم	٣,٦٥٣	٠,٢٦	٧٣,٠٪	٧	١١	مرتفعة
٤	يتولد لدى الطلبة رغبة في القيام بالبرهان أو القضاء على ذلك الشك	٤,٠٣١	٠,٢٨	٨٠,٦٪	٥	٥	مرتفعة
٥	لدى الطلبة اهتمامات كبيرة نحو البراهين	٢,٨٩١	٠,٨٧	٥٧,٨٪	١١	٢١	متوسطة
٦	عدم قدرة الطالب على تبرير كل خطوات البرهان	٤,٢٧٠	٠,٩٥	٨٥,٥٪	٢	٢	مرتفعة
٧	يجد الطلبة صعوبة في استخدام اللغة الرياضية، وكتابة البرهان الرياضي	٤,١٧١	١,٢٤	٨٣,٤٪	٣	٣	مرتفعة
٨	يستخدم الطلبة القواعد المنطقية استخداما جيدا	٣,٩١٧	٠,٤٥	٧٨,٣٪	٦	٨	مرتفعة
٩	يمتلك الطلبة المعرفة الكافية للمفاهيم والنظريات الرياضية المساندة للإثبات	٤,١٠٧	٠,٩١	٨٢,١٪	٤	٤	مرتفعة

تابع/ جدول رقم (٤)

يبين معيقات تدريس البراهين الرياضية على المجال الخاص بالطالب

الرقم	الفقرات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	النسبة المئوية	الرتبة للمجال	الرتبة العامة	الدرجة
١٠	لدى الطلبة قدرة على البدء بالبرهان.	٤,٣٠١	٠,٦٧	٨٦,٠٪	١	١	مرتفعة
١١	لا يعرف الطلبة طرق البرهان الرياضي جيداً، ولا يستطيعون استخدام آلياته بشكل صحيح	٣,٥١٨	٠,٥٤	٧٠,٣٪	٨	١٢	متوسطة
	الدرجة الكلية	٣,٧٣٩	٠,٥٣	٧٤,٧٪			مرتفعة

ويوضح الجدول السابق أن أهم المعيقات في تدريس البراهين الرياضية عند الطالب من وجهة نظر المعلمين والمعلمات هي: عدم قدرة الطلبة على البدء بالبرهان، وعدم قدرة الطالب على تبرير كل خطوات البرهان، ويجد الطلبة صعوبة في استخدام اللغة الرياضية، بتحويل اللغة إلى رموز أو خوارزمية معينة، والصعوبة في كتابة البرهان الرياضي، ولا يمتلك الطلبة المعرفة الكافية للمفاهيم والنظريات الرياضية المساندة للإثبات، ولا يوجد لدى الطلبة اهتمامات كبيرة نحو البراهين، ويتكون لدى الطالب فكرة ذاتية عن البرهان على أن أي قضية طرحت في الكتاب فهي صحيحة، والجدول التالي يوضح معيقات تدريس البراهين الرياضية على المجال الخاص بالمعلم:

جدول رقم (٥)

يبين معيقات تدريس البراهين الرياضية على المجال الخاص بالمعلم

الرقم	الفقرات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	النسبة المئوية	الرتبة للمجال	الرتبة العامة	الدرجة
المجال الثاني: معيقات متعلقة بالمعلم							
١٢	لدى المعلم المعرفة الكاملة بطرق البراهين وأنواعها	٣,٤١٠	٠,٨٩	٦٨,٢٪	٣	١٤	متوسطة
١٣	يستخدم المعلم أسلوباً محبباً في تدريس البراهين	٣,٨٢٩	٠,٥٩	٧٦,٥٪	٢	٩	مرتفعة

تابع/ جدول رقم (٥)

يبين معيقات تدريس البراهين الرياضية على المجال الخاص بالمعلم

الرقم	الفقرات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	النسبة المئوية	الرتبة للمجال	الرتبة العامة	الدرجة
١٤	يقدم المعلم أفكاراً كاملة عن البرهان قبل شرحه (القضية قبل شرحها)	٢,٢١٢	٠,٩١	٤٤,٢٪	٩	٢٨	منخفضة
١٥	يستخدم أسلوب "الإثبات بدون كلمات" في البرهان لنظرية ما التى تحتاج إلى ذلك.	٤,٠٠٦	٠,٦٩	٨٠,١٪	١	٧	مرتفعة
١٦	يحاول المعلم تقديم المفاهيم الصحيحة للقضاء على المفاهيم غير الصحيحة عن البرهان	٢,٤٨١	٠,٩٣	٤٩,٦٪	٧	٢٦	متوسطة
١٧	يستخدم استراتيجية التدريس الحلزوني في تدريسه البراهين على مدى السنة الدراسية	٣,١٥٨	٠,٨٢	٦٣,١٪	٤	١٦	متوسطة
١٨	يركز المعلم على البرهان الاستنباطي في الكثير من الحالات	٢,٣٨١	٠,٧٣	٤٧,٦٪	٨	٢٧	متوسطة
١٩	يكتب البرهان الرياضي بلغة واضحة على شكل فقرات.	٢,١٧٠	٠,٧٣	٤٣,٤٪	١٠	٣٠	منخفضة
٢٠	يعمل على تحوير المسألة لتصلح وفق طرق البرهان	٣,١٤٣	٠,٧٤	٦٢,٨٪	٥	١٨	متوسطة
٢١	يستخدم الكلمات المناسبة لتوضيح الخطوات المنطقية وعدم الإفراط في استخدام الاختصارات.	٢,٨٩١	٠,٨١	٥٧,٨٪	٦	٢٢	متوسطة
٢٢	يشير المعلم إلى بداية البرهان ونهايته	٢,٠٧٨	٠,٧٩	٤١,٥٪	١١	٣١	منخفضة
الدرجة الكلية		٢,٨٨٧	٠,٧٨	٥٧,٧٪			متوسطة

ويوضح الجدول السابق أن أهم المعيقات في تدريس البراهين الرياضية عند المعلم من وجهة نظره هي: لا يستخدم أسلوب "الإثبات بدون كلمات" في

البرهان لنظرية ما التي تحتاج إلى ذلك، ولا يستخدم أساليب مرحة واستراتيجيات حديثة مثل استراتيجية التدريس الحلزوني تسهم في فهم البرهان، وليس لدى المعلم المعرفة الكاملة بطرق البراهين وأنواعها والتي يمكن أن يستخدمها دون نوعها، ومن جانب آخر يشير المعلم إلى بداية البرهان ونهايته، ويكتب البرهان الرياضي بلغة واضحة على شكل فقرات وخطوات، ويقدم المعلم أفكارا كاملة عن البرهان قبل شرحه (القضية قبل شرحها)، والجدول التالي يوضح معيقات تدريس البراهين الرياضية على المجال الخاص بالمنهاج:

جدول رقم (٦)

يبين معيقات تدريس البراهين الرياضية على المجال الخاص بالمنهاج

الرقم	الفقرات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	النسبة المئوية	الرتبة للمجال	الرتبة العامة	الدرجة
المجال الثالث: معيقات متعلقة بالمنهاج							
٢٣	البراهين المكتوبة في المادة التعليمية تثير اهتمام الطلبة	٣,٨٠٧	٠,٩٥	٧٦,١٪	٢	١٠	مرتفعة
٢٤	الكثير من البراهين داخل الكتاب لا تعنى للطالب شيئاً	٤,٠١٨	١,٠٨	٨٠,٣٪	١	٦	مرتفعة
٢٥	اقتصرت البراهين على طريقة واحدة من طرائق البرهان وهي غير المباشر	٣,٠٩٧	١,٠٧	٦١,٩٪	٥	١٩	متوسطة
٢٦	خطوات البرهنة تمتاز بالوضوح والتفسير المنظم للنتائج	٢,٥١٦	٠,٨٢	٥٠,٣٪	٨	٢٥	متوسطة
٢٧	المهارات التي تقيسها البراهين وتنميها مقتصرة على مهارتي التحويل والصياغة	٢,٨٨١	٠,٦٧	٥٧,٦٪	٦	٢٣	متوسطة
٢٨	ترتبط خطوات البرهنة بالخبرات والعبارات المبرهنة سابقا والموجودة لدى الطلبة	٢,٧٦٠	٠,٩٤	٥٥,٢٪	٧	٢٤	متوسطة
٢٩	طبيعة البراهين تسهم في التحدى الفكرى أو الذهني	٣,٤٦٦	٠,٨٣	٦٩,٣٪	٣	١٣	متوسطة

تابع/ جدول رقم (٦)

يبين معيقات تدريس البراهين الرياضية على المجال الخاص بالمنهاج

الرقم	الفقرات	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	النسبة المئوية	الرتبة للمجال	الرتبة العامة	الدرجة
٣٠	عدم وجود مثال مضاد في المحتوى فطالما لم يواجهوا حالة تفشل فيها الطريقة التي يستخدمونها لمسألة ما فإن الطريقة تكون صحيحة على الإطلاق.	٣,١٥٢	٠,٨٧	٦٣,٠٪	٤	١٧	متوسطة
٣١	يوضح إن أي نتيجة تبنى على الاستنباط تكون صحيحة بشرط أن الفروض التي تشتق منها النتيجة تكون أيضاً صحيحة	٢,١٧١	٠,٦٥	٤٣,٤٪	٩	٢٩	منخفضة
	الدرجة الكلية	٣,٠٩٦	٠,٨٧	٦١,٩٪			متوسطة

ويوضح الجدول السابق أن أهم المعيقات في تدريس البراهين الرياضية بالنسبة للمنهاج من وجهة نظر المعلمين والمعلمات هي: الكثير من البراهين داخل الكتاب لا تعني للطالب شيئاً، ولا تكون مكتوبة بطريقة تثير اهتمام الطلبة ولا تعمل على التحدي الفكري أو الذهني عندهم، وناحية أخرى تمتاز المناهج بأنها توضح العلاقات بين الفروض والنتائج إلى تبنى على الاستنباط، بل ويوضح المنهاج خطوات البرهنة التي تمتاز بالوضوح والتفسير المنظم للنتائج وترتبط هذه الخطوات بدورها بالخبرات والعبارات المبرهنة سابقا والموجودة لدى الطلبة.

وبالنظر إلى الجداول أرقام (٤ و ٥ و ٦) وخصوصاً إلى الرتب العامة للفقرات على الأداة ككل، نلاحظ أن الفقرات التي حصلت على الرتب العامة (١، ٢، ٣، ٤، ٥) وهي تقع في مجال الطالب، وبهذا فإننا نحصل على معيقات تدريس البرهان الرياضي من وجهة نظر المعلمين والمعلمات كما يأتي:

١ - عدم قدرة الطلبة على البدء بالبرهان.

٢ - عدم قدرة الطالب على تبرير كل خطوات البرهان.

٣ - يجد الطلبة صعوبة في استخدام اللغة الرياضية، بتحويل اللغة إلى رموز أو خوارزمية معينة، والصعوبة في كتابة البرهان الرياضي.

٤ - لا يمتلك الطلبة المعرفة الكافية للمفاهيم والنظريات الرياضية المساندة للإثبات.

٥ - لا يوجد لدى الطلبة اهتمامات كبيرة نحو البراهين.

وهذه النتيجة تتفق مع عديد من الدراسات التي أظهرت معوقات في استخدام وتدريس البراهين مثل دراسة كل من فيفر (Pfeiffer, 2010)، وزخاري (Zacharie, 2009)، وكو وشاي (Ko and Shy, 2008)، و ويبر (Weber, 2001).

النتائج المتعلقة بفرض الدراسة الذي نصه: لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (α=٠,٠٥) بين متوسطات درجات معوقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم باختلاف كل من: النوع (ذكر، أنثى)، والصف (السابع، الثامن، التاسع، العاشر)، والمؤهل العلمي (دبلوم، بكالوريوس، ماجستير فأكثر)، وسنوات الخبرة (أقل من ٥ سنوات، من ٥-١٠سنوات، من ١٠-١٥ سنة، وأكثر من ١٥ سنة).

متغير النوع: تم استخدام اختبار "ت" (T-Test) للفروق بين متوسطات درجات معوقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم باختلاف النوع، والجدول التالي يبين ذلك:

جدول رقم (٧)

نتائج اختبار "ت" (T-Test) لفحص الفرق بين متوسطات درجات معيقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم باختلاف النوع

الجنس	العدد	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	درجات الحرية	قيمة "ت" المحسوبة	الدلالة
ذكور	٨٧	٣,٧٨	٠,٧٨	١٦٢	٢,٥٢٩	٠,٠٠
إناث	٧٧	٤,١٥	١,٠٩			

من الجدول أعلاه يظهر أن قيمة "ت" المحسوبة (٢,٥٢٩) وهي أكبر من قيمة "ت" الحرجة (١,٩٦) مما يعني وجود فروق دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة (α=٠,٠٥) بين متوسطات درجات معيقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم باختلاف النوع، وبما أن الوسط الحسابي لدرجات المعلمات الإناث أكبر من الوسط الحسابي لدرجات المعلمين الذكور فإن الفروق لصالح المعلمات الإناث، أي أن لدى المعلمات الإناث معيقات وصعوبات في تدريس البراهين الرياضية في المرحلة الأساسية العليا أعلى من الذكور.

ولغايات الوقوف على هذه النتيجة ومن خلال المقابلات الكيفية فقد تبين أن بعض المعلمات الإناث ليس لديهن رغبة في تدريس البراهين حيث أكدت ذلك إحدى المعلمات بقولها (ارغب بأن ادرس الصفوف الدنيا، البراهين تحتاج إلى مراجعة مصادر أخرى واستدعاء نظريات لها علاقة بعمليات الإثبات، وقد يحل الطالب البرهان بطريقة أخرى غير الموجودة في الكتاب، وهنا قد يُحرج المعلم إذا لم يكن يلم بكل واردة وشاردة عن ذلك البرهان، ولا يوجد لدي الوقت لأستخدم الإنترنت أو أطلع على بعض الكتب)، ومن هنا نلاحظ الرغبة بعدم تدريس البراهين بل الرغبة في تدريس صغار السن، مع أن معظم العشرة الأوائل في الثانوية العامة (التوجيهي) الفرع العلمي في فلسطين هو من الإناث، بمعنى لا يوجد اتجاه سلبي عند الإناث نحو الرياضيات بل ربما لدور المعلمة التي تجمع بين الزوجة وربة البيت والمعلمة تأثيراً في ذلك.

وتتفق هذه النتيجة مع دراسة كل من تسنغ وجيانغ (Zeng and Jiang, 2010)، وهيسلي وهويلز (Hesly and Hoyles, 2000) التي توصلت نتائجهما إلى وجود فروق في صعوبات تعلم البرهان الرياضي لصالح الإناث.

متغير الصف: تم استخدام اختبار تحليل التباين الأحادي (One Way ANOVA) للفروق بين متوسطات درجات معيقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم باختلاف الصف الذي يدرسونه، والجدول رقم (٨) يبين ذلك:

جدول رقم (٨)

نتائج اختبار تحليل التباين الأحادي (One Way ANOVA) لفحص الفرق بين متوسطات معيقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم باختلاف الصف

المتغير	مصدر التباين	مجموع المربعات	متوسط المربعات	درجات حرية	قيمة ف	مستوى الدلالة
معيقات تدريس البراهين	بين المجموعات	٠,٤٩٨	٠,١٦٦	٣	١,٠٩٢	٠,٣٥١
	داخل المجموعات	٢٤,٢٦٥	٠,١٥٢	١٥٩		

يتبين من نتائج تحليل التباين الأحادي في الجدول رقم (٨) أنه لا توجد فروق دالة إحصائيا في متوسطات درجات معيقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم تعزى لمتغير الصف الذي يدرسونه، إذ بلغت قيمة ف (١,٠٩٢) وهي دالة إحصائيا على المتغيرين عند مستوى الدلالة (α=٠,٠٥)، والجدول التالي يوضح المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية.

جدول رقم (٩)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجة معيقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم تعزى للصف الذي يدرسونه

المتغير	الصف	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
معيقات تدريس البرهان الرياضي	السابع	٤٧	٣,٥٤	٠,٣٥
	الثامن	٤٤	٣,٥٩	٠,٤٨
	التاسع	٣٦	٣,٥٧	٠,٧٣
	العاشر	٣٧	٣,٥٨	٠,٥١

يلاحظ من الجدول رقم (٩) أن أعلى متوسط كان عند معلمي طلبة الصف السابع وبدرجة متوسطة، في حين كان أدنى متوسط عند معلمي طلبة الصف التاسع وهي درجة متوسطة أيضا، ويمكن تفسير ذلك أن الأغلبية

العظمى من المعلمين والمعلمات الذين تم مقابلتهم كانوا يدرسون أكثر من صف من صفوف المرحلة الأساسية العليا، مع العلم أن نصاب معلم الرياضيات لكل شعبة في هذه الصفوف هو (خمس) حصص أسبوعياً، ومن هنا يتبين أن المعيقات التي تواجه المعلمين والمعلمات في تدريس البراهين الرياضية في صف ما هي نفس المعيقات التي يدرسونها في الصفوف الأخرى، ومن هنا وبما أن المعلم يدرس أكثر من صف أعتقد أنه يجب عليه استخدام استراتيجية التدريس الحلزوني لكي يخفف من المعيقات في الصفوف التي سيدرسها فيما بعد.

متغير المؤهل العلمي: تم استخدام اختبار تحليل التباين الأحادي (One Way ANOVA) للفروق بين متوسطات درجات معيقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم باختلاف المؤهل العلمي الذي يحملونه، والجدول رقم (١٠) يبين ذلك:

جدول رقم (١٠)

نتائج اختبار تحليل التباين الأحادي (One Way ANOVA) لفحص الفرق بين متوسطات درجات معيقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم باختلاف المؤهل

المتغير	مصدر التباين	مجموع المربعات	متوسط المربعات	درجات حرية	قيمة ف	مستوى الدلالة
معيقات تدريس البراهين	بين المجموعات	٠,٦٢٤	٠,٣١٢	٢	١,٩١٠	٠,٠٩٩
	داخل المجموعات	٢٦,١٢٨	٠,١٦٣٣	١٦٠		

يتبين من نتائج تحليل التباين الأحادي في الجدول رقم (١٠) أنه لا توجد فروق دالة إحصائياً في متوسطات درجات معيقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم تعزى لمتغير المؤهل العلمي الذي يحملونه، والجدول التالي يوضح المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية.

جدول رقم (١١)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجة معيقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم تعزى للمؤهل العلمي الذي يحملونه

المتغير	الصف	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
معيقات تدريس البرهان	دبلوم	٤٤	٣,٣٧	١,٠٨
	بكالوريوس	٩٣	٣,٣٦	١,١١
	ماجستير فأكثر	٢٧	٣,٣١	٠,٩٤

يلاحظ من الجدول رقم (١١) أن أعلى متوسط للمعيقات كان عند المعلمين الحاصلين على درجة دبلوم وبدرجة متوسطة، في حين كان أدنى متوسط للمعيقات عند المعلمين الحاصلين على درجة ماجستير فأكثر وهي بدرجة متوسطة أيضاً، وأن مناقشة هذا الجانب من النتائج يقود إلى الملحوظات التالية التي انبثق بعضها من المقابلات الكيفية:

بدت الفئات متقاربة بما لديها من صعوبات ومعيقات في تدريس البراهين ودلت المقابلات الكيفية كما عبر عنها أحد المفحوصين (أن ما يُدرس في مرحلة الدبلوم عن البراهين هو نفسه الذي يدرس في مرحلة البكالوريوس)، وأشار حملة الماجستير إلى عدم دراستهم مواضيع تتعلق بتدريس البراهين، وعند الاستفسار عن ذلك تم التوجه إلى قسم الرياضيات/ جامعة الخليل حيث أكد القسم بأنه لم تطرح عمليات تدريس البراهين وأنواعها في مساقات الرياضيات كموضوع خاص، إنما على الطالب استخدام البرهان من خلال محتويات المساق دون أن يتعرض لأهميته أو أنواعه وغيرها، ومن هنا أعتقد أنه يجب إعادة النظر في المساقات الأكاديمية الجامعية المطروحة والمختصة بالرياضيات، وتبيان دورها في طرح مفهوم البرهان وأنواعه.

متغير سنوات الخبرة: تم استخدام اختبار تحليل التباين الأحادي (One Way ANOVA) للفروق بين متوسطات درجات معيقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم باختلاف الخبرة لديهم، والجدول رقم (١٢) يبين ذلك:

جدول رقم (١٢)

نتائج اختبار تحليل التباين الأحادي (One Way ANOVA) لفحص الفرق بين متوسطات معيقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم باختلاف الخبرة لديهم

المتغير	مصدر التباين	مجموع المربعات	متوسط المربعات	درجات حرية	قيمة ف	مستوى الدلالة
معيقات تدريس البراهين	بين المجموعات	٢,٥٣٤	٠,٦٣٣٥	٤	٤,٤٥٧	٠,٠١٤
	داخل المجموعات	٢٢,٥٩٧	٠,١٤٢١	١٥٩		

يتبين من نتائج تحليل التباين الأحادي في الجدول رقم (١٢) أنه توجد فروق دالة إحصائيا في متوسطات درجات معيقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم تعزى لمتغير سنوات الخبرة، إذ بلغت قيمة ف (٤,٤٥٧) وهي دالة إحصائياً على المتغيرين عند مستوى الدلالة (α=٠,٠٥)، والجدول التالي يوضح المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية.

جدول رقم (١٣)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجة معيقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم تعزى للخبرة التي يمتلكونها

المتغير	سنوات الخبرة	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
معيقات تدريس البرهان الرياضي	أقل من خمس سنوات	٢٧	٤,٢٣	٠,٥٥
	من خمسة إلى عشر سنوات	٥٨	٣,٥١	٠,٨٨
	من ١٠ سنوات إلى ١٥ سنة	٥٥	٣,٣٤	٠,٧٣
	أكثر من ١٥ سنة	٢٤	٣,٣٦	٠,٨٨

يلاحظ من الجدول رقم (١٣) أن أعلى متوسط كان عند المعلمين الذين يمتلكون خبرة أقل من خمس سنوات وبدرجة عالية، في حين كان أدنى متوسط عند المعلمين الذين يمتلكون خبرة من ١٠ سنوات إلى ١٥ سنة وهي درجة

متوسطة، ولمعرفة مصدر الفروق تم استخدام اختبار شيفيه للمقارنات البعدية كما في الجدول التالي:

جدول رقم (١٤)

نتائج اختبار شيفيه للمقارنات البعدية في درجات معيقات تدريس البرهان الرياضي في المرحلة الأساسية العليا من وجهة نظر معلميهم تعزى للخبرة التي يمتلكونها

المتغير	الصف	أقل من خمس سنوات	من خمسة إلى عشر سنوات	من عشر سنوات إلى خمسة عشر	أكثر من خمسة عشر سنة
معيقات تدريس البرهان الرياضي	أقل من خمس سنوات	---	---	٠,٥٣٤٧*	٠,٤٠٨٩*
	من خمسة إلى عشر سنوات		-----	-----	-----
	من عشر سنوات إلى خمسة عشر			-----	-----
	أكثر من خمسة عشر سنة				-----

* دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة (α=٠,٠٥).

يلاحظ من الجدول رقم (١٤) أن الفروق كانت ما بين استجابات المعلمين الذين يمتلكون خبرة (أقل من خمس سنوات) من جهة واستجابات المعلمين الذين يمتلكون خبرة (من عشرة سنوات إلى خمس عشرة وأكثر من خمس عشرة سنة) من جهة ثانية على معيقات تدريس البراهين الرياضية ولصالح المعلمين الذين يمتلكون خبرة (أقل من خمس سنوات) الذين لديهم معيقات وصعوبات في تدريس البراهين الرياضية أعلى من المعلمين الذين يمتلكون خبرة (من عشرة سنوات إلى خمس عشرة وأكثر من خمس عشرة سنة)، ولغايات الوقوف على تفسير ذي معنى لهذه النتيجة أفادت المقابلات الكيفية التي أجريت مع عينات من المفحوصين إلى الملاحظات التالية:

١ - قدرة المعلمين على وضع تصور وخطة سريعة في ذهنه لسير حصة البراهين بمجرد أن يعرف ما هو البرهان المطلوب بسبب خبرته الطويلة

في تدريس البراهين، وقد تصل بهم الأمور إلى أن يتحدثون عن الأمثلة الموجودة في الدرس والأسئلة اللاحقة له.

٢ - يمتلك هؤلاء المعلمين قدرة على استخدام الوسائل وطريقة شرح البرهان، فقد تحدث بعضهم عن عمليات شرح تبدأ من معينات أساسية للبرهان ومن ثم المطلوب من الطالب عمله ومن ثم استخدام المعينات (المفاهيم السابقة التي قد تسهم في المساعدة على تحقيق البرهان) ومن ثم طرح الأفكار المنطقية المنتجة من خلال ذلك إلى الوصول إلى صحة البرهان.

٣ - اتضح أيضا أن أغلبية المعلمين من ذوي الخبرة لديهم دورات تدريبية في أساليب التدريس واستخدام الوسائل التعليمية وإدارة الصف بعكس المعلمين الذين لديهم سنوات خبرة قليلة، وفي نفس السياق تقوم وزارة التربية والتعليم بإعطاء دورات تدريبية للمعلمين بمجرد الالتحاق بالخدمة وهذه الدورات مستمرة لا تتوقف عند سن معين أو جنس معين أو خبرة معينة فهي متواصلة مستمرة، ولهذا يمتلك المعلمين ذوي الخبرة الطويلة كفاءة مهنية اكبر من غيرهم.

وتتفق هذه النتيجة مع ما جاء في تقرير (LMS, 1995) بأنه لا بد من رفع كفاءة وثقة أولئك الذين يُختارون ليصبحوا معلمين، وأيضا ما جاء به كل من فارجز (Varghese, 2009) وبراون وآخرون (Brown et al., 2008)، حول الكفاية المهنية والخبرة في أساليب وطرق تدريس البراهين.

وفي ضوء هذه النتائج يمكن سرد بعض الاستنتاجات:

أولاً - الفائدة من تدريس البراهين الرياضية:

١ - توسيع المعارف الرياضية من نظريات ومبادئ لدى الطالب وإزالة الشكوك حول صحتها، حتى يكون لها معنى عنده وذلك لمجاراتها في المراحل المستقبلية.

٢ - يمكن أن تكون البراهين الرياضية مثيرة بحيث تجذب الانتباه وتجعل جوا من التفكير المنطقي للدرس، إذا ما قدمت بأسلوب محبب.

٣ - يكتسب الطالب طرقا استنتاجية واكتشاف تخمينات، وقد يكون للإثبات دون كلمات دور كبير في تنمية التفكير، وقد تكون هذه البراهين منشطا إبداعيا مثيرا لبعض الطلبة.

٤ - تساعد في تكوين بنيات عقلية موحدة وعلاقات متبادلة للخبرات المكتسبة، ومهارات حل المشكلة.

ثانياً - إرشادات لمعلمي الرياضيات في تدريس البراهين الرياضية:

من خلال النتائج الكمية والمقابلات الكيفية يمكن سرد بعض الاستراتيجيات المفيدة في تدريس البراهين الرياضية، حيث إنه من المعلوم أن المعلم هو قدوة الطلبة في غرفة الصف وأن ما يصدر عن المعلم يتبعه الطلبة بطريقة أو أخرى قد تكون غير مباشرة، ومن هنا أن اتباع المعلم خطوات معينة في تدريس البراهين الرياضية عند برهنته لبعض النظريات على السبورة يعطي تأكيداً على إتباع الطلبة لها، ومن الاستراتيجيات الخاصة:

في حال إثبات المتطابقات المثلثية مثلاً: مثل (جاس = ظاس جتاس) وهي متطابقة سهلة جداً:

على المعلم أن يربط محتويات المتطابقة بقوانين أساسية لها علاقة بها مثل: ظاس = $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$ ، وبعد ذلك على المعلم أن يوضح للطلبة من أي الجهات سيبدأ بالبرهنة وهنا يفضل البدء بالجهة الأسهل للطالب والتي لديه معلومات تساعده على السير في الإثبات الأسهل حسب المثال هو الطرف الثاني (ظاس جتاس)، وقد يختار الطالب الجهتين معا ويستخدم القوانين السابقة إلى أن يصل إلى تساوي الطرفين، وقد يكون للرسومات البيانية كاستراتيجية منافسة في الإثبات.

وفي حالة نظريات الأعداد: مثل: (مربع أي عدد فردي هو عدد فردي)، على المعلم أن يركز على المثال المضاد، فإن عملية البحث عن أمثلة وأمثلة مضادة تكسب الطالب على الأقل فهما حدسيا للنظرية أو العبارة المراد إثباتها.

وقد تشير في بعض الحالات إلى استراتيجية للبرهان، وبعد ذلك يربط اللغة الرياضية بالرموز الرياضية مثل: عدد فردي يكون على صورة (2n + 1 أو 2n-1) ويبدأ بتطبيق النص على ذلك، ويركز المعلم على متى ينهي الطالب البرهنة.

وبعض الإرشادات بشكل عام:

١ - أكتب نص النظرية أو العبارة المراد إثباتها على جهة، ووضح ما المعطى وما المطلوب منها؟ ففي حالات نبدأ بالمعطيات، وفي حالات أخرى قد نبدأ بتحليل المطلوب، وأخرى قد نبدأ بتحليل بعض العلاقات الوسيطية بين هذا وذاك.

٢ - أكتب ما يلزم العبارة المراد إثباتها من معلومات وخبرات سابقة مشهورة قد مرت وسمع بها الطلبة لإثبات النظرية أو العبارة المعطاة على جهة أخرى، بحيث يتم الربط بينها وبين تلك الخبرات.

٣ - استخدم الرسومات البيانية والأدوات المساندة في توضيح البرهان.

٤ - ابدأ بتحليل اللغة إلى رموز رياضية وقد يكون لاستدعاء المعلومات السابقة المكتوبة جانبا أهمية في كتابة تلك الرموز، وقد تساعد عمليات الربط بين المعطيات والمطلوب وبين المتغيرات والثوابت في كتابة الخوارزمية الأساسية.

ملحوظة: لا تنسى أن تشرك الطلبة في ذلك من خلال الأسئلة والمناقشة وإثارة التفكير مع التعزيز.

٥ - اختم العبارات البرهانية بجملة (وهو المطلوب) لكي يتمكن الطالب من معرفة نقطة البدء ونقطة النهاية.

٦ - شجع الطلبة على إعادة كتابة البرهان بأسلوب أكثر تنظيما ودقة في دفاترهم، فهناك فرق بين البرهان وتسجيل البرهان على الورق فكل منها يتطلب أنشطة عقلية مختلفة، فالبرهان يمكن أن يكون غير منظم وغير مرتب من الناحية التركيبية، لكن عملية تسجيل البرهان تتطلب تنظيما وترتيبا وتركيبا وشرحا لمعاونة الطالب ذاته على فهم البرهان.

التوصيات والمقترحات

في ضوء النتائج التي توصلت إليها الدراسة يمكن تقديم بعض التوصيات:

١ - من الفرضية الأولى يوصي الباحث بتأنيث المرحلة الأساسية الدنيا الإلزامية، ويكون مدرسو الرياضيات للمرحلة العليا ذكوراً قدر المستطاع.

٢ - يجب عدم إهمال البرهان في حصص الرياضيات، وكما أنه يجب ألا يقدم بطرق عشوائية غير هادفة ومنظمة بخطوات.

٣ - يفضل طرح مساق جامعي يتضمن مفهوم البرهان وأنواعه وكيفية تدريسه، وعدم اقتصار النظر إليه على أنه جزء من مساقات النظريات.

٤ - لا بد من تقديم البراهين للطلبة من خلال عرض منظم وتحليل لأنواع البراهين المختلفة وتنمية مفهوم البرهان الرياضي القوي وقد يتطلب ذلك استخدام استراتيجية التدريس الحلزوني على مدار السنة أو المرحلة الدراسية، بحيث أن يبدأ التعامل مع البرهان كدرس مستقل ابتداءً من الصف السادس بطرح أنواع البرهان جميعها موزعة على الصفوف من السادس إلى الثاني عشر متدرجين من الأسهل إلى الأصعب.

٥ - عقد دورات للمعلمين تمكنهم من التعرف على كافة أنواع البرهان، وأيضاً كافة أساليب وطرق تدريسه، بما يمكن المعلم من طرح البرهان بطرقه المختلفة مستنداً إلى ما تم تزويده به من معرفة جديدة وأساليب جديدة.

أيضاً في ضوء النتائج التي توصلت إليها الدراسة يمكن تقديم بعض الاقتراحات:

١ - تصور لاستراتيجية مقترحة في تدريس البراهين الرياضية في ضوء ما توصلت إليه الدراسات في هذا الموضوع.

٢ - دور البراهين في تنمية التفكير التحليلي واتجاهات الطلبة نحوها.

Teaching Obstacles of Mathematical Proofs in the Upper Primary Stage as Seen By Mathematics Teachers

Dr. Ibrahim I. Abu-Aquil
College of Education - Al-khaleel University
Palestain

Abstract

This study aims to explore the teaching obstacles of Mathematical proofs in the upper Basic Education stage as seen by mathematics teachers. Findings show that students are not able to justify all the procedural steps of the given proofs or even to write them. For them, it is difficult to use the mathematical language as converting the language into specific symbols or algorithm. Students do not have enough knowledge of the various notions, terms or concepts, or mathematical theories that support the proofs. Besides, they do not have interest, to some extent, in justifying finding the evidences. Moreover female teachers do have problems more than the male teachers in teaching the mathematical proofs. Also, it is found that the teachers who hold an MA do have the same problems like those who only have a BA or Diploma degree. And the same teaching obstacles in mathematical proofs for the seventh grade do not much differ from those who are in the eighth, ninth and tenth grades. In view of this, it has been found that experience plays a major role in alleviating the mentioned obstacles. In the light of these findings, recommendations and suggestions have been presented.

المراجع

١ - أبو عقيل، إبراهيم (٢٠١٢). **مبادئ في الإحصاء**. الأردن، عمان: دار أسامة للنشر والتوزيع.

٢ - بل، هـ. فريدريك (١٩٨٧). **طرق تدريس الرياضيات**، ترجمة محمد المفتي وممدوح سليمان، الجزء الأول، ط٢، القاهرة: الدار العربية للنشر والتوزيع.

٣ - بل، هـ. فريدريك (١٩٨٩). **طرق تدريس الرياضيات**، ترجمة محمد المفتي وممدوح سليمان، الجزء الثاني، ط٢، القاهرة: الدار العربية للنشر والتوزيع.

٤ - الحسون، عدنان جميل (١٩٨٤). **أسس الرياضيات**. الأردن، عمان: دار الفرقان للنشر والتوزيع.

٥ - الصادق، إسماعيل محمد الأمين (٢٠٠١). **طرق تدريس الرياضيات - نظريات وتطبيقات**. القاهرة: دار الفكر العربي.

٦ - العابد، عدنان (٢٠١٢). أثر استخدام أسلوب البرهان بدون كلمات في التفكير الرياضي والتحصيل لدى طلبة المرحلة الثانوية. **مجلة جامعة النجاح للأبحاث**، جامعة النجاح، ٢٦ (٢)، ٣٩٣-٤١٦.

٧ - عبيد، وليام والمفتي، محمد وايليا، سمير (٢٠٠٠). **تربويات الرياضيات**. القاهرة: مكتبة الانجلو المصرية.

٨ - عفانه، عزو (٢٠٠١). تنمية مهارات البرهان الهندسي لدى طلاب الصف السابع الأساسي بغزة في ضوء مدخل مستويات فان هيل. **دراسات في المناهج وطرق التدريس**، جامعة عين شمس، ٧٠، ١-٤٤.

9 - Almeida, D. (1995). Justifying and proving in the mathematics classroom, **Philosophy of Mathematics Education Newsletter**, 9, 142-146.

10 - Ball, D. L.; Hoyles, C.; Jahnke, H. N. and Movshovitz-Hadar, N. (2002). The teaching of proof. **Paper presented at the International Congress of Mathematicians**. Beijing. China. Volume III. 1-3. 907- 920.

11 - Berelson, B. (1971). **Content analysis in communication research**. New York: Hafner Publishing Company.

12 - Brown, J.; Stillman, G.; Schwarz, B. and Kaiser, G. (2008). The case of mathematical proof in lower secondary school: Knowledge and competencies of pre-service teachers. In M. Goos; R. Brown. & K. Maker (Eds.), **Navigating currents and charting directions**. (Proceedings of the 31st annual conference of the Mathematics Research Group of Australasia (MERGA). Brisbane. Vol. 1. 85- 91). Adelaide: MERGA.

13 - Healy, L. and Hoyles, C. (2000). A Study of proof conceptions in algebra. **Journal for Research in Mathematics Education**, 31(4), 396-428.

14 - Imamoglu, Y.; Togrol, A. (2010). Freshmen and Senior Teaching Science and Mathematics Students' Proving Patterns and Conceptualization the Nature and Role of Proof in School Mathematics. **IJDSE**, 1(2), 151-159.

15 - Knuth, Eric J. (2002). Teachers' conceptions of proof in the context of secondary school mathematics. **Journal of Mathematics Teacher Education- Netherlands**, 5(1), 61- 88.

16 - KO, Y. & Shy H. (2008). Taiwanese Undergraduates Performance Constructing Proofs and Generating counterexamples in Differentiation. ICME 11, Mexico.

17 - London Mathematical Society (1995). **Tackling the Mathematics Problem**. London: LMS.

18 - Moore, R. (1994). Making the transition to formal proof. **Educational Studies in Mathematics**, 27(3),249-266.

19 - National Council of Teachers of Mathematics (2000). **Principles and standards for school mathematics**. Reston VA: Author.

20 - Pfeiffer, K. (2010). The role of proof validation in students' mathematical learning. **MSOR Connections**, 10(2), 96-108.

21 - Senk, S., Thompson, D. and Johnson, G. (2008): Reasoning And Proof In High School Textbooks from The USA. ICME, Mexico.

22 - Varghese, T. (2009). Concept maps to assess student teachers' Understanding of mathematical proof, **The Mathematics Educator**, 12(1), 49-68.

23 - Weber, Keith (2001). Student difficulty in constructing proofs: The need for strategic knowledge. **Educational Studies in Mathematics**, 48, 101-119.

24 - Zacharie, M. (2009). Why college or university students hate proof in mathematics. **Journal of Mathematics and Statistics**, 5(1),32- 41,ISSN 1549-3644.

25 - Zeng, H. and Jiang, K. (2010). Teaching mathematical proofs to major students in the class of discrete mathematics, Fort Hays State University. **Mathematics Journal**, 43(1), 38-48.