أثر تنمية مهارات الاتصال الرياضي في القدرة على حل المسألة الرياضية لدى طلبة الصف الثامن الأساسي

د. خميس موسى نجم

كلية العلوم التربوية، جامعة آل البيت

المفرق - الأردن

الملخص

هدفت هذه الدراسة إلى الكشف عن أثر تنمية مهارات الاتصال الرياضي في القدرة على حل المسألة الرياضية لدى طلبة الصف الثامن الأساسي. تكونت عينة الدراسة من (١٠٢) طالباً من طلبة الصف الثامن الأساسي موزعين على شعبتين، حيث تم اختيار إحداهما عشوائياً لتكون المجموعة التجريبية تدرس الرياضيات من خلال تنمية مهارات الاتصال الرياضي، والأخرى المجموعة الضابطة تدرس بالطريقة التقليدية. وتكونت أداة الدراسة من اختبار حل المسألة الرياضية. وللإجابة عن سؤال الدراسة واختبار فرضيتها، تم استخدام تحليل التباين الأحادي، حيث أشارت النتائج إلى الأثر الإيجابي لتنمية مهارات الاتصال الرياضي في قدرة الطلبة على حل المسألة الرياضية، وتفوقها في ذلك على الطريقة التقليدية في التدريس.

الإطار النظري

تعد القدرة على حل المشكلات متطلباً أساسياً في حياة الفرد المعاصرة، فكثير من المواقف المختلفة التي تواجه الفرد في الحياة اليومية تتطلب منه القيام بحل لمشكلة ما واتخاذ القرار السليم بشأنها، ومن هنا تؤكد برامج التطوير التربوي في أي نظام تربوي متجدد، على تنمية قدرات الطلبة على حل المشكلات وصنع القرارات، بهدف تمكينهم من التعامل بنجاح مع معطيات القرن الحادي والعشرين، ومع ما يأتي به المستقبل من معارف ومتغيرات.

وتعد القدرة على حل المشكلات الناتج الأكثر أهمية للتعلم، حيث نجدها

تعتلي قمة هرم النتاجات التعليمية عند جانييه، كما تستمد مهارة حل المشكلات أهميتها من علاقتها بالتفكير (بدوي، ٢٠٠٣، أبو زينة، ٢٠٠٣)، حيث يرى جون ديوي أن خطوات حل المشكلات على صلة بخطوات عمليات التفكير المنتج أو الفعال، ويفترض ديوي أن التفكير هو الأداة الصالحة لمعالجة المشكلات والتغلب عليها، ويعتبر أن التفكير التحليلي هو أرقى أنواع التفكير، إذ يتطلب تحليل المشكلات والحقائق قبل الحكم عليها وعلى صحتها. كما حلل ديوي التفكير من الناحية المنطقية إلى خمس مراحل هي (غانم، ١٩٩٥): الشعور بالمشكلة وتحديدها، جمع المعلومات حول المشكلة، صياغة الفروض حول المشكلة، اختبار الفروض والتحقق من صحتها، والوصول إلى النتائج.

وتولي المناهج الحديثة للرياضيات أهمية خاصة لتنمية قدرة الطلبة على حل المسألة (المشكلة) الرياضية Mathematical Problem Solving، حيث أصبحت مهارة حل المسألة الرياضية تأخذ مكانة القلب بالنسبة للرياضيات، ومن أهم الموضوعات التي شغلت العاملين والمهتمين بمناهج الرياضيات وطرائق تعليمها وتعلمها (أبو زينة، ٢٠٠٣؛ NCTM, 2000; Rickard, 2005; Chapman, 2005; Buschman, 2004; Buyea, 2007). ومن هنا نجد عند استعراض قائمة الأهداف التي تضمنتها المناهج الحديثة للرياضيات فقرات تتناول جوانب معينة من حل المسألة الرياضية. فنجد في معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية NCTM ما يؤكد على ضرورة العمل على إكساب الطلبة القدرة على حل المشكلات (NCTM, 2000)، حيث تعرف NCTM حل المسألة الرياضية بأنها تطبيق للمعرفة الرياضية المكتسبة في مواقف جديدة وغير مألوفة للمتعلم. وفي الأردن جاء منهاج الرياضيات لمرحلة التعليم الأساسي بخطوطه العريضة من أسس وأهداف عامة وخاصة، متناغماً ومتوائماً مع توجهات وتوصيات مؤتمر التطوير التربوي الأول الذي عقد عام ١٩٨٧م، من حيث التأكيد على أهمية العمل على تنمية قدرات الطلبة على حل المشكلات وصنع القرارات (وزارة التربية والتعليم - الأردن، ١٩٨٨).

ويعود الاهتمام بتنمية قدرة الطلبة على حل المسألة الرياضية، إلى

ما يمكن أن يحققه ذلك من فوائد وايجابيات كثيرة، فتعلم الطلبة حل المسألة الرياضية يمكنهم من اتخاذ القرارات السليمة في حياتهم (أبو زينة، ٢٠٠٣؛ Igo et al., 2008)، والمسألة الرياضية تعطي الرياضيات قيمة وظيفية من خلال ربط الرياضيات بحياة الطلبة، والعمل على تدريبهم على حل المشكلات التي تواجههم في حياتهم اليومية أو المستقبلية (Taylor and McDonald, 2007; Rogge, 2004)، كما أن توظيف المفاهيم والتعميمات والمهارات الرياضية في عملية حل المسألة الرياضية يساعد الطلبة على استيعابها بصورة أفضل (Kilpatrick et al., 2001)، كما يتم من خلال المسألة الرياضية العمل على تطبيق المعرفة الرياضية المكتسبة في مواقف جديدة وغير مألوفة لدى الطلبة، مما يساعد ذلك على إثارة الفضول الفكري وحب الاستطلاع وتحفيز الطلبة نحو تعلم الرياضيات (أبو زينة،٢٠٠٣ Kerekes,1990; Hofmann and Hunter, 2003; O'Reilly et al., 2002).

كما يعتبر حل المسألة الرياضية أحد أهم المظاهر الدالة على التفكير الرياضي، وذلك لما يتيحه حل المسألة من فرص أمام الطلبة للانهماك في عملية التفكير من خلال استخدام الاستراتيجيات المختلفة لحل المسألة الرياضية؛ (Geofrrey, 2008; Carreira, 2001; Cowan et al.,1998; Holton and Anderson, 1999; Gervasoni,2000; Ben- Zeev and Star, 2001; Weiss, 2003).

وقد تعددت مداخل تدريس حل المسألة الرياضية وتنوعت لتشمل العديد من الاستراتيجيات، حيث يعد مدخل بوليا Polya لتعلم حل المسألة الأساس الذي اعتمدت عليه الكثير من المداخل والنماذج التي تناولت عمليات واستراتيجيات حل المسألة، ويتناول هذا النموذج أربع مراحل رئيسة لحل المسألة ؛ وهي : فهم المسألة، و وضع وابتكار خطة الحل، وتنفيذ الحل، ومراجعة الحل (بدوي، ٢٠٠٣ ;McGivney and DeFranco, 1995). كما قدم إنرايت وبيتي (Enright and Beattie, 1992) نموذجاً لحل المسألة الكلامية Word Problem Solving (أسمياه SOLVE)، ويتضمن هذا النموذج الخطوات الخمس الآتية : دراسة المسألة Study the problem، وتنظيم البيانات Organize data،

ورسم خطة الحل Line up a plan، وتنفيذ الخطة والتحقق من صحتها Verify plan، وتقييم الحل Evaluate the match.

وفي ضوء الاهتمام الذي تلقاه المسألة الرياضية، قام عدد من الباحثين بالعمل على تنمية قدرة الطلبة على حل المسألة الرياضية من خلال أساليب تدريس ووسائل تعليمية مختلفة، ففي هذا السياق أشار جاكسون (Jackson, 2000) إلى فعالية تضمين منهاج الرياضيات بمهارات التفكير الناقد في تنمية قدرة الطلبة على حل المسألة الرياضية. وأشارت كل من دراسة هارسكامب وسيور (Harskamp and Suhre, 2006)، ودراسة منجس وجراسل (Mingus and Grassl, 1997)، ودراسة شانغ وآخرين (Chang et al., 2006) إلى الأثر الإيجابي لاستخدام الحاسوب في تدريس الرياضيات في تنمية قدرة الطلبة على حل المسألة الرياضية. كما أشارت دراسة فكس وآخرين (Fuchs et al., 2008) إلى فعالية التدريس العلاجي Preventative Tutoring في تنمية القدرة على حل المسألة الرياضية لدى الطلبة الذين لديهم صعوبات تعلم في الرياضيات والقراءة. وأشارت دراسة مونتاج (Montague, 2008) إلى فعالية استراتيجية التعلم الذاتي Self-Regulation في تنمية القدرة على حل المسألة الرياضية لدى الطلبة بطيئي التعلم في الرياضيات، و أشارت دراسة وانج وآخرين (Hwang et al., 2008) إلى الأثر الإيجابي لاستخدام الانترنت في تدريس الرياضيات في تنمية قدرة الطلبة على حل المسألة الرياضية.

وانطلاقاً من كون الرياضيات لغة تتضمن استخدام الرموز والمصطلحات والتعابير المحددة والمعرّفة بدقة، و بما تتضمنه من تنظيم للمعلومات والبيانات في جداول وتمثيلها بأشكال و رسومات بيانية ومخططات هندسية، وانطلاقاً من كون الرياضيات أداة مهمة لتنظيم الأفكار وفهم المحيط الذي نعيش فيه (أبو زينة، ٢٠٠٣، عبيد، ٢٠٠٤)، فقد أكدت حركة الإصلاح في الرياضيات المدرسية على أهمية الاتصال Communication كمكون أساسي في تعلم وتعليم الرياضيات، وأهمية العمل على إتاحة الفرص أمام الطلبة للتفاعل فيما بينهم

خلال أدائهم للنشاطات الرياضية، ولتبادل ما يجول في أذهانهم من أفكار وآراء ومقترحات رياضية (Anderson & Little, 2004; Cook and Buchholz, 2005)، والعمل على مساعدة الطلبة على إيجاد صلة ورابط بين لغة الرياضيات واللغة التي يتحدثون بها ويستخدمونها في حياتهم اليومية، ويتأتى ذلك من خلال ترجمة المواقف الحياتية إلى لغة رياضية من خلال استخدام الرموز Symbolism، والمتغيرات Variables، والنمذجة Modeling، (Anderson and Little, 2004; NCTM, 2000; Rowan and Mumme, 1990; Lewis and Long, 1993).

والاتصال في الرياضيات لا يُقصد به فقط قدرة الطالب على استخدام لغة الرياضيات للتعبير عما يجول في ذهنه ويخالجه من أفكار، بل يعني أيضاً قدرة الطالب على التفكير والتعليل والتبرير، والاتصال أيضاً طريقة لتشارك الأفكار، وتبادل الآراء والمقترحات، وذلك بين المعلم والطلبة أو بين الطلبة أنفسهم، وسواء أكان ذلك حول الرياضيات ذاتها أم حول المواقف الحياتية التي تتناولها الأنشطة الرياضية (بدوي، ٢٠٠٣).

والاتصال الرياضي داخل غرفة الصف قد يأخذ صورًا مختلفة من اللغة، فقد يكون كتابة أم لفظاً (بدوي، ٢٠٠٣ ;Cai and Kenney, 2000)، كما أن الاتصال الرياضي يتضمن المهارات الآتية (بدوي، ٢٠٠٣، عبيد، ٢٠٠٤) : قراءة الرياضيات، والتحدث بها، وكتابة الرياضيات، والاستماع إلى الرياضيات، وتمثيل الرياضيات.

وانطلاقاً من أهمية الاتصال في عمليتي تعلم وتعليم الرياضيات، فقد أشار عدد من الباحثين إلى جملة من الإجراءات التدريسية، التي يمكن للمعلم من خلالها العمل على تنمية مهارات الاتصال الرياضي لدى الطلبة. ومن هذه الإجراءات استخدام أسلوب التعلم التعاوني (Coates, 2005)، وذلك لأهمية الدور الذي يلعبه في تنمية مهارات الاتصال الرياضي لدى الطلبة، من خلال ما يتيحه من فرص أمام الطلبة لتبادل الأفكار والاقتراحات والخبرات فيما بينهم.

كما من المهم هنا استخدام أساليب متنوعة في طرح الأسئلة داخل غرفة

الصف، ومن تلك الأساليب استخدام الطريقة السقراطية (طريقة الحوار) Socratic Questioning، وتقوم هذه الطريقة على الحوار بين المعلم والطلبة، ويكون هذا الحوار على شكل من أشكال المناقشة (السؤال - الجواب)، وتؤدي هذه الطريقة إلى إثارة التفكير وقدح زناد الفكر لدى الطلبة، وتساعدهم على اكتساب الحقائق من تلقاء أنفسهم، ويكون المعلم هنا موجهاً ومرشداً لعملية التعلم (Menon, 1996; Paul et al., 1990)، وتجدر الإشارة هنا إلى أن "برونر" اعتبر طرح السؤال بمثابة قمة (ذروة) النماء الرياضي Mathematical Growth، بمعنى أن الطالب ينمو رياضياً عندما يصبح قادراً على صياغة الفرضيات وطرح التساؤلات حول قضية أو مسألة ما، ووضع تلك المسألة في سياقات مختلفة خارج سياقها المحدود، ومن ثم محاولة الإجابة عن تلك التساؤلات والفرضيات (Greenwood, 1993).

كما من المهم أيضاً العمل على تطوير قدرات الطلبة على الكتابة، وذلك بتناول موضوعات مختلفة ذات صلة بمادة الرياضيات، واستخدام الكتابة للتعبير عن الأفكار الرياضية (Baxter and et al., 2005; Crespo, 2003; McCarthy, 2008; Whitin and Whitin, 2002)، ففي هذا السياق يمكن تكليف الطلبة بعمل تقارير بحثية، أو بعمل مجلة حائط داخل الصف، ويعتبر ذلك بمثابة نافذة تكشف للمعلم عن طبيعة التفكير لدى الطلبة واتجاهاتهم وميولهم نحو الرياضيات، حيث يقوم المعلم هنا بتكليف الطالب بكتابة خبرته المعاشة بكل تفاصيلها وذلك عند انهماكه في عملية التعلم وإنجاز النشاطات والمهمات الرياضية، ويوضح الطالب هنا طبيعة الأفكار التي خالجته عند أداء تلك النشاطات والمهمات، والصعوبات والعقبات التي واجهها وكيف استطاع التغلب عليها (Goldsby and Cozza, 2002; Powell, 1997; Weiss, 2003). وفي هذا الصدد يشير سميث Smith (Di Pillo and Sovchik, 1997) إلى أهمية الكتابة، حيث يقول : "نحن نكتشف ما نفكر فيه عندما نقوم بالكتابة ".

وعملية تعزيز وتنمية مهارات الاتصال الرياضي لدى الطلبة، تستلزم من

المعلمين العمل على تقديم مادة الرياضيات بصورة مشوقة ومسلية وممتعة للطلبة، وتصميم أنشطة تعليمية تثير لديهم الدهشة والتساؤل والتحدي وتستثير تفكيرهم، وعدم الاكتفاء فقط بما يحتويه الكتاب المدرسي من نشاطات ومسائل روتينية تقليدية (NCTM, 2000; Schielack et a1., 2000; Rensick, 1990)، حيث يمكن هنا تقديم بعض النشاطات الرياضية من خلال سرد القصص، وتوفير بعض الألعاب التعليمية كالألغاز والأحاجي الرياضية (Greenes and Schulman, 1992; Bay and Ragan, 2000; Phillips and Anderson, 1993; Wakefield, 1998; Robinson, 1991)، وتقديم أنشطة رياضية استقصائية تتيح الفرصة أمام الطلبة لاكتشاف جزء من المعرفة الرياضية بأنفسهم (بدوي، ٢٠٠٣). واستخدام أساليب التقويم المثيرة والحافزة للتفكير مثل الأسئلة ذات الإجابات المفتوحة Open-ended Questions (Cai and Jakabcsin, 1996).

مشكلة الدراسة

انطلاقاً من الأهمية التي تستمدها مهارة حل المسألة الرياضية، كونها واحدة من المهارات الأساسية في الرياضيات متى استطعنا تكوينها وتنميتها لدى الطلبة استطعنا أن نحقق هدفا رئيسيا من أهداف تعلم الرياضيات، وفي ظل وجود حاجة إلى بذل المزيد من الجهد للعمل على الارتقاء بقدرة الطلبة على حل المسألة الرياضية، ذلك أن مقدرة الطلبة على حل المسائل الرياضية دون المستوى المطلوب (المساد وآخرون، ٢٠٠٢؛ الشيخ، ٢٠٠١). تأتي هذه الدراسة محاولة للإسهام في العمل على تنمية قدرة الطلبة على حل المسألة الرياضية، حيث تهدف إلى استقصاء أثر تنمية مهارات الاتصال الرياضي في القدرة على حل المسألة الرياضية لدى طلبة الصف الثامن الأساسي.

وتحديداً سعت الدراسة إلى الإجابة عن السؤال الآتي :

ما أثر تنمية مهارات الاتصال الرياضي في القدرة على حل المسألة الرياضية لدى طلبة الصف الثامن الأساسي؟

فرضية الدراسة

لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \leqslant$ ٠,٠٥) بين متوسط علامات الطلبة في المجموعة التجريبية الذين يدرسون من خلال تنمية مهارات الاتصال الرياضي، ومتوسط علامات الطلبة في المجموعة الضابطة الذين يدرسون بالطريقة التقليدية في اختبار حل المسألة الرياضية.

التعريفات الإجرائية للدراسة

الاتصال الرياضي: التعبير عن الأفكار باستخدام لغة الرياضيات من رموز ومصطلحات وجداول ورسومات وأشكال هندسية وتمثيلات بيانية، ويتضمن الاتصال الرياضي المهارات الآتية : قراءة الرياضيات، والتحدث بها، وكتابة الرياضيات، والاستماع إلى الرياضيات، وتمثيل الرياضيات.

الطريقة التقليدية في التدريس : هي الطريقة التي يكون فيها للمعلم الدور الرئيس في العملية التعليمية ويشكل محورها، حيث يقوم المعلم بالشرح والمناقشة وطرح الأسئلة، وينحصر دور الطالب في الإجابة عن أسئلة المعلم أو التعليق على إجابة زميله، أو طرح التساؤلات على المعلم.

المسألة الرياضية : موقف رياضي جديد ومميز يواجه الطالب ولا يكون لديه حل جاهز له في حينه، فيتطلب منه أن يفكر في هذا الموقف ويحلله، ومن ثم يستخدم ما تعلمه سابقاً من معرفة رياضية لإيجاد الحل المناسب لهذا الموقف.

محددات الدراسة

- اقتصرت الدراسة على مجتمع الذكور فقط.
- تم قياس القدرة على حل المسألة الرياضية من خلال اختبار حل المسألة الرياضية المعد من قبل الباحث، وبالتالي فإن النتائج مرتبطة بفقرات هذا الاختبار من حيث صدقها ومناسبتها للموضوع المراد قياسه.

الطريقة والإجراءات

مجتمع الدراسة:

تكوّن مجتمع الدراسة من جميع طلبة الصف الثامن الأساسي في مدارس الذكور الحكومية التابعة لمديرية التربية والتعليم لمنطقة عمان الرابعة في مدينة عمان، والمنتظمين في مدارسهم في الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي ٢٠٠٨/٢٠٠٩م، والبالغ عددهم (٤٩٥٦) طالب.

عينة الدراسة:

تكونت عينة الدراسة من (١٠٢) طالباً من طلبة الصف الثامن الأساسي في إحدى المدارس التابعة لمديرية التربية والتعليم لمنطقة عمان الرابعة في مدينة عمان والموزعين على شعبتين، وتم اختيار إحدى الشعبتين عشوائياً لتكون المجموعة التجريبية وبلغ عدد طلابها (٥٠) طالب، والأخرى المجموعة الضابطة وبلغ عدد طلابها (٥٢) طالب. ودرست المجموعة التجريبية الرياضيات من خلال تنمية مهارات الاتصال الرياضي، بينما درست المجموعة الضابطة بالطريقة التقليدية.

الإجراءات المتبعة لتنمية مهارات الاتصال الرياضي :

تم العمل على تنمية مهارات الاتصال الرياضي لدى طلبة المجموعة التجريبية من خلال إتباع الخطوات والإجراءات التالية، وذلك خلال دراستهم لوحدة "أنظمة المعادلات الخطية" من كتاب الرياضيات المقرر للصف الثامن الأساسي للعام الدراسي ٢٠٠٨/٢٠٠٩م :

(١) استخدام أسلوب التعلم التعاوني (العمل الجماعي)، وذلك وفق الإجراءات الآتية :

- تم تقسيم الطلبة إلى مجموعات تعاونية تحتوي كل منها (٤-٥) طلاب، بحيث تكون جميعها متساوية تقريباً في المستوى، من خلال احتواء كل

منها على الطلبة المتميزين والمتوسطين ومنخفضي التحصيل، كما تم تدريب الطلبة على العمل الجماعي وتوزيع الأدوار فيما بينهم. كما تم تكليف كل مجموعة باختيار اسم لها من أسماء العلماء والمشاهير في الرياضيات، وتقديم نبذة عن العالم الذي تم اختياره اسماً للمجموعة، وتم التركيز على العلماء العرب والمسلمين، وبيان إنجازاتهم ومساهماتهم في علم الرياضيات.

- تقديم أنشطة استقصائية تتيح الفرصة أمام الطلبة لاستقراء المعرفة الرياضية انطلاقاً من خبرتهم وتعلمهم السابقيْن.
- تم تكليف كل مجموعة بإعداد عدد من المسائل الحياتية (التطبيقية) وبعض الألعاب والألغاز الرياضية التي يتطلب حلها استخدام المعرفة الرياضية موضوع الدرس، وتبادل تلك المسائل الحياتية (التطبيقية) والألعاب والألغاز الرياضية ما بين مجموعات الطلبة، ومن ثم العمل على إيجاد الحل المناسب لها.
- إتاحة الفرص أمام مجموعات الطلبة لتبادل الأفكار والاقتراحات والخبرات فيما بينهم خلال أدائهم للنشاطات الرياضية، و تبادل ما يجول في أذهانهم من أفكار وآراء ومقترحات.
- تقوم كل مجموعة من المجموعات التعاونية بعرض الحلول التي توصلت إليها للمهمات الرياضية المعروضة عليهم، وتوضيح الخوارزميات وعمليات التفكير التي تم استخدامها للوصول إلى تلك الحلول. ثم ينتقل الصف بمجموعه للمشاركة في تقويم الحلول التي تطرحها كل مجموعة من المجموعات التعاونية، ثم يتم بمساعدة المعلم التوصل إلى حل مشترك يتفق عليه الجميع لهذه المهمات الرياضية.

(٢) إتاحة فرص التفاعل بين المعلم والطلبة، وذلك من خلال استخدام أساليب متنوعة في طرح الأسئلة داخل غرفة الصف، ومن تلك الأساليب استخدام الطريقة السقراطية (طريقة الحوار) Socratic Questioning،

وتقوم هذه الطريقة على الحوار بين المعلم والطلبة، ويكون هذا الحوار على شكل من أشكال المناقشة (السؤال - الجواب).

(٣) تطوير قدرات الطلبة على الكتابة، وذلك من خلال تكليف الطلبة (فرادى وجماعات) بعمل تقارير بحثية تتناول موضوعات متنوعة ذات صلة بمادة الرياضيات ؛ مثل :

- سير علماء الرياضيات الذين أسهموا في تطور الفكر الرياضي، وبالأخص علماء العرب والمسلمين.
- تتبع التطور التاريخي لبعض المفاهيم والتعميمات الرياضية.
- دور الرياضيات في تطور العلوم الأخرى، وتبيان العلاقات المتداخلة والمترابطة ما بين الرياضيات وتلك العلوم، وتبيان بعض جوانب إسهام الرياضيات فيما يعيشه العالم الآن من تقدم علمي وتكنولوجي، وتناول بعض جوانب استخدام الرياضيات في المظاهر الحياتية المختلفة التي يعيشها الطلبة.

وللتحقق من صدق الإجراءات والخطوات المتبعة لتنمية مهارات الاتصال الرياضي لدى الطلبة، تم عرض تلك الإجراءات والخطوات على عدد من المحكمين المختصين في مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها من أعضاء هيئة التدريس في الجامعات الأردنية. وتم إجراء التعديلات اللازمة في ضوء ما أفاد به المحكمون من ملاحظات واقتراحات.

أداة الدراسة (اختبار حل المسألة الرياضية) :

للإجابة عن سؤال الدراسة، قام الباحث بإعداد اختبار لقياس القدرة على حل المسألة الرياضية، حيث استعان الباحث في بنائه بمراجعة الأدب التربوي من كتب ودوريات ومجلات علمية ودراسات تناولت تقويم وقياس القدرة على حل المسألة، حيث تم هنا قياس قدرة الطالب على حل المسألة الرياضية من خلال أدائه للمهمات الآتية :

(١) فهم المسألة: ويقصد بذلك قدرة الطالب على تحديد المعطيات والمطلوب، وتوضيح المعلومات والبيانات الواردة في المسألة من خلال استخدام الجداول والرسومات والأشكال الهندسية والتمثيلات البيانية.

(٢) وضع خطة الحل: ويقصد بذلك قدرة الطالب على الربط بين المعطيات والمطلوب، وتوضيح استراتيجية الحل والخطوات التي سيتبعها للوصول إلى المطلوب.

(٣) تنفيذ الحل: ويقصد بذلك قدرة الطالب على تنفيذ استراتيجية الحل، والخطوات التي قام برسمها للوصول إلى المطلوب.

(٤) التحقق من صحة الحل: ويقصد بذلك قدرة الطالب على التحقق من صحة الحل الذي توصل إليه، وذلك من خلال استخدام طريقة أخرى للحل، أو من خلال التعويض.

وتم إعطاء كل مسألة (٤) علامات موزعة بالتساوي على الخطوات المتبعة لحل المسألة، وذلك على النحو الآتي: فهم المسألة (علامة واحدة)، وضع خطة الحل (علامة واحدة)، تنفيذ الحل (علامة واحدة)، والتحقق من صحة الحل (علامة واحدة). كما راعى الباحث عند بناء فقرات الاختبار، تناولها للموضوعات الرياضية التي درسها الطالب في الصف الثامن وفي الصفوف السابقة. كما تم تقديم المسائل الرياضية من خلال المواقف التالية:

(١) موقف رياضي (غير حياتي):
مثال:

- في مثلث متساوي الساقين، قياس إحدى زاويتي القاعدة يزيد بمقدار (١٥) عن مثلي قياس زاوية الرأس، فما قياسات زوايا المثلث؟
- جد الكسر العادي الذي إذا أضفت إلى بسطه العدد (٣) أصبح الكسر مساويا لِ (٣/١)، وإذا طرحت من مقامه العدد (١) أصبح الكسر مساويا لِ (٥/١)؟

(٢) موقف حياتي (تطبيقي) :

مثال :

- سلتان في كل واحدة عدد معين من البرتقال، لو أخذنا برتقالة من السلة الأولى وأضفناها إلى السلة الثانية لأصبح عدد البرتقال في السلة الأولى مساويا لعدد البرتقال في السلة الثانية، وإذا أخذنا برتقالة من السلة الثانية وأضفناها إلى السلة الأولى لأصبح عدد البرتقال في السلة الأولى ضعف عدد البرتقال في السلة الثانية. ما عدد البرتقال في كل من السلتين ؟
- مع أحمد عدد من الدنانير، ومع سامر ثلاثة أمثال ما مع أحمد، فإذا أعطى سامر أحمد (٥) دنانير، يصبح مع كل منهما المبلغ نفسه، فكم دينارا مع كل من أحمد وسامر ؟

(٣) أحجية رياضية :

مثال :

- سئل رجل عن عمره فأجاب : لا أذكر، لكنني أعلم أن أخي يكبرني بسنتين، وأختي تكبر أخي بأربع سنوات، وكان عمر والدتي (٢٠) سنة عندما أنجبتني، ومعدل أعمارنا الأربعة الآن (٣٩) سنة، فما عمر كل منهم ؟
- في قديم الزمان، أراد أحد الملوك أن يزوج ابنته لشاب يتمتع بالذكاء، ولذا اشترط فيمن يتقدم لخطبتها أن يقوم بحل اللغز التالي : اقسم العدد (٤٥) إلى أربعة أجزاء بحيث إذا زدت (٢) على الجزء الأول، وطرحت (٢) من الجزء الثاني، وضربت (٢) في الجزء الثالث، وقسمت الجزء الرابع على (٢)، تكون النتائج متساوية ؟ فما قيمة كل جزء من الأجزاء الأربعة ؟

وللتحقق من صدق الاختبار تم عرض فقرات الاختبار على عدد من المحكمين المختصين في مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها والقياس والتقويم من أعضاء هيئة التدريس في الجامعات الأردنية، وتم إجراء التعديلات وصياغة

بعض الفقرات بناءً على الملاحظات والتوصيات التي أشارت إليها لجنة المحكمين. وبلغت العلامة الكلية للاختبار (٤٠) علامة موزعة بالتساوي على (١٠) مسائل رياضية.

وللتحقق من ثبات الاختبار، تم تطبيقه بصورته النهائية على عينة مؤلفة من (٤٧) طالب من خارج عينة الدراسة، ومن ثم تم حساب معامل الثبات للاختبار باستخدام معادلة كودر- ريتشاردسون ٢١ (KR-21) الذي بلغ (٠,٨٥)، وهذه القيمة مناسبة لاستخدام الاختبار لأغراض الدراسة.

إجراءات الدراسة (تنفيذ التجربة)

١ - بعد اختيار عينة الدراسة، تم تدريب المعلم الذي قام بعملية التدريس على الإجراءات والخطوات المتبعة لتنمية مهارات الاتصال الرياضي لدى الطلبة، وتجريب تلك الخطوات والإجراءات على عينة استطلاعية لمعالجة المشكلات والمعيقات التي من الممكن أن تظهر أثناء عملية التطبيق.

٢ - قبل أسبوعين من البدء في تنفيذ الدراسة، تم تطبيق اختبار حل المسألة الرياضية على طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة، وذلك للتحقق من تكافؤ المجموعتين في القدرة على حل المسألة الرياضية قبل تنفيذ الدراسة. وإيجاد المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية، حيث تم التوصل إلى النتائج التالية والموضحة في الجدول رقم (١).

جدول رقم (١)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المجموعتين الضابطة والتجريبية في التطبيق القبلي لاختبار حل المسألة الرياضية

المجموعة	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
الضابطة	٥٢	١٤,١٢	٥,٧٦
التجريبية	٥٠	١٣,٦٣	٦,٤١
الكلي	١٠٢	١٣,٨٧	٦,٢٩

ويلاحظ من الجدول رقم (١) أن هنالك فرقاً بين متوسطي علامات الطلبة في المجموعتين الضابطة والتجريبية في التطبيق القبلي لاختبار حل المسألة الرياضية، حيث بلغ المتوسط الحسابي لعلامات الطلبة في المجموعة الضابطة (١٤,١٢)، بينما بلغ المتوسط الحسابي لعلامات الطلبة في المجموعة التجريبية (١٣,٦٣). ولمعرفة ما إذا كان الفرق بين متوسطي علامات الطلبة في المجموعتين الضابطة والتجريبية ذات دلالة إحصائية، تم إجراء تحليل التباين الأحادي (One -Way ANOVA)، حيث تم التوصل إلى النتائج التالية والموضحة في الجدول رقم (٢).

جدول رقم (٢)

نتائج تحليل التباين الأحادي لعلامات المجموعتين الضابطة والتجريبية في التطبيق القبلي لاختبار حل المسألة الرياضية

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة (ف) المحسوبة	الدلالة الإحصائية
بين المجموعات	٦,٠٠٥	١	٦,٠٠٥	٠,١٤٥	٠,٧٠٤
داخل المجموعات	٤١٤٧,٣٣٨	١٠٠	٤١,٤٧٣		
الكلي	٤١٥٣,٣٤٣	١٠١			

ويلاحظ من الجدول رقم أن قيمة (ف) المحسوبة غير دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة ($\alpha \leqslant$ ٠,٠٥)، وهذا يدل على عدم وجود فرق ذي دلالة إحصائية بين متوسطي علامات الطلبة في المجموعتين الضابطة والتجريبية في التطبيق القبلي لاختبار حل المسألة الرياضية. ويستدل من النتائج الواردة في الجدول رقم (٢) على تكافؤ المجموعتين التجريبية والضابطة في القدرة على حل المسألة الرياضية قبل البدء بتنفيذ الدراسة.

٣ - تم البدء في تنفيذ الدراسة خلال الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي ٢٠٠٨/٢٠٠٩م، حيث تم تدريس المجموعة التجريبية من خلال تنمية مهارات الاتصال الرياضي، بينما درست المجموعة الضابطة بالطريقة

التقليدية. وقد استغرق تدريس المجموعتين نفس العدد من الحصص؛ (١٩) حصة على مدار شهر كامل.

٤ - بعد الانتهاء من تنفيذ الدراسة بأربعة أيام، تم تطبيق اختبار حل المسألة الرياضية على طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة، وذلك للإجابة عن سؤال الدراسة واختبار فرضيتها.

المعالجة الإحصائية

تم استخدام البرنامج الإحصائي للعلوم الاجتماعية (SPSS)، والمعالجات الإحصائية الآتية : المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية، وتحليل التباين الأحادي (One -Way ANOVA).

النتائج

يوضح الجدول رقم (٣) المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المجموعتين الضابطة والتجريبية في التطبيق البعدي لاختبار حل المسألة الرياضية.

جدول رقم (٣)

المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لعلامات المجموعتين الضابطة والتجريبية في التطبيق البعدي لاختبار حل المسألة الرياضية

المجموعة	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
الضابطة	٥٢	٢١,٣٤	٨,٢٨
التجريبية	٥٠	٢٦,٠٧	٧,٥٣
الكلي	١٠٢	٢٣,٧٥	٧,٦٦

ويلاحظ من الجدول رقم (٣) أن هنالك فرقاً بين متوسطي علامات الطلبة في المجموعتين الضابطة والتجريبية في التطبيق البعدي لاختبار حل المسألة الرياضية، حيث بلغ المتوسط الحسابي لعلامات الطلبة في المجموعة الضابطة (٢١,٣٤)، في حين بلغ المتوسط الحسابي لعلامات الطلبة في المجموعة التجريبية (٢٦,٠٧).

ولمعرفة ما إذا كان الفرق بين متوسطي علامات الطلبة في المجموعتين الضابطة والتجريبية ذات دلالة إحصائية، تم إجراء تحليل التباين الأحادي (One -Way ANOVA)، حيث تم التوصل إلى النتائج التالية الموضحة في الجدول رقم (٤).

جدول رقم (٤)

نتائج تحليل التباين الأحادي لعلامات المجموعتين الضابطة والتجريبية في التطبيق البعدي لاختبار حل المسألة الرياضية

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة (ف) المحسوبة	الدلالة الإحصائية
بين المجموعات	٥٧١,٩٦٠	١	٥٧١,٩٦٠	١٠,٦٦٥	٠,٠٠١❖
داخل المجموعات	٥٣٦٢,٩١٢	١٠٠	٥٣,٦٢٩		
الكلي	٥٩٣٤,٨٧٣	١٠١			

❖ ذات دلالة إحصائية عند $\alpha \leqslant$ ٠,٠٥

ويلاحظ من الجدول رقم (٤) وجود فرق ذي دلالة إحصائية بين متوسطي علامات الطلبة في المجموعتين الضابطة والتجريبية في التطبيق البعدي لاختبار حل المسألة الرياضية، حيث بلغت قيمة (ف) المحسوبة (١٠,٦٦٥) وهي دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة ($\alpha \leqslant$ ٠,٠٥)، وهذا الفرق لصالح المجموعة التجريبية التي درست الرياضيات من خلال تنمية مهارات الاتصال الرياضي، حيث بلغ المتوسط الحسابي لعلامات الطلبة في المجموعة التجريبية (٢٦,٠٧)، في حين بلغ المتوسط الحسابي لعلامات الطلبة في المجموعة الضابطة (٢١,٣٤).

مناقشة النتائج

هدفت الدراسة الحالية إلى الإجابة عن السؤال الآتي: ما أثر تنمية مهارات الاتصال الرياضي في القدرة على حل المسألة الرياضية لدى طلبة الصف الثامن الأساسي؟

انبثق عن هذا السؤال الفرضية الصفرية الآتية : لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\alpha \leqslant$ ٠,٠٥) بين متوسط علامات الطلبة في المجموعة التجريبية الذين يدرسون من خلال تنمية مهارات الاتصال الرياضي، ومتوسط علامات الطلبة في المجموعة الضابطة الذين يدرسون بالطريقة التقليدية في اختبار حل المسألة الرياضية.

وأشارت نتائج تحليل التباين الأحادي إلى وجود فرق ذي دلالة إحصائية بين متوسطي علامات الطلبة في المجموعتين التجريبية والضابطة في اختبار حل المسألة الرياضية، وهذا الفرق لصالح المجموعة التجريبية التي درست الرياضيات من خلال تنمية مهارات الاتصال الرياضي، حيث كانت قيمة (ف) المحسوبة دالة إحصائياً عند مستوى الدلالة ($\alpha <$ ٠,٠٥)، وعليه تم رفض فرضية الدراسة الصفرية.

وبناءً على ما تقدم، يمكن القول أن تنمية مهارات الاتصال الرياضي قد عمل على تحسين قدرة الطلبة على حل المسألة الرياضية، وذلك بالمقارنة مع الطريقة التقليدية في التدريس. وقد يعزى السبب في ذلك إلى أن الإجراءات المتبعة في تنمية مهارات الاتصال الرياضي من استخدام أسلوب التعلم التعاوني (العمل الجماعي) وإتاحة فرص التفاعل بين المعلم والطلبة، قد أسهمت في تعزيز قدرة الطلبة على حل المسألة الرياضية، وذلك لأن حصيلة التفاعل والنقاشات بين الطلبة، وتبادل الأفكار والاقتراحات والخبرات فيما بينهم خلال أدائهم للنشاطات الرياضية، وتشارك ما يجول في أذهانهم من أفكار وآراء، والتعبير عن عمليات التفكير التي يستخدمونها أثناء أدائهم للنشاطات الرياضية المتنوعة ؛ سواء أكان ذلك التعبير كتابة أم لفظاً، هو خروج كل طالب بجملة من الأفكار والآراء والاستراتيجيات التفكيرية التي تم تبادلها بين الطلبة، مما قد يؤدي إلى تنمية وتعزيز قدرتهم على حل المسألة الرياضية.

كما أن تكليف الطلبة (فرادى وجماعات) بعمل تقارير بحثية تتناول موضوعات متنوعة ذات صلة بمادة الرياضيات، وتكليف الطلبة بإعداد عدد من

المسائل الحياتية (التطبيقية) وبعض الألعاب والألغاز الرياضية، قد يسهم في تقديم مادة الرياضيات بصورة مشوقة وممتعة للطلبة، وتشعرهم بأن للرياضيات فائدة وارتباط بحياتهم اليومية المعاشة، مما يؤدي إلى إثارة دافعية الطلبة وتحفيزهم نحو تعلم الرياضيات.

التوصيات

في ضوء النتائج التي تمخضت عنها هذه الدراسة، يوصي الباحث بما يلي :

- حث خبراء وواضعي مناهج الرياضيات ومؤلفي كتبها المدرسية ومعلمي الرياضيات على العمل على تنمية مهارات الاتصال الرياضي في تعليم وتعلم مادة الرياضيات، مما سينعكس ذلك إيجابيا على تنمية قدرة الطلبة على حل المسألة الرياضية.
- إجراء المزيد من الدراسات التي تتناول أثر تنمية مهارات الاتصال على متغيرات أخرى مثل الاتجاهات، والميول، والتحصيل المباشر، والتحصيل المؤجل (الاحتفاظ) في مادة الرياضيات، وغيرها من المواد الدراسية، ولصفوف ومراحل دراسية مختلفة، وبحيث تشمل هذه الدراسات كلا الجنسين من الطلبة.
- حث الباحثين على تناول المسألة الرياضية من جوانب أخرى عديدة، مثل : تطوير طرائق تدريس ووسائل تعليمية وأساليب تقويم تساعد على تنمية قدرة الطلبة على حل المسألة الرياضية.

The Effect of Developing Mathematical Communication Skills on The Ability of Mathematical Problem Solving of Eighth Graders

Dr. Khamis M. Negem
Faculty of Educational Sciences
Al al-Bayt University - Al Mafrak
H.K.J

Abstract

The purpose of the study is to investigate the effect of developing mathematical communication skills on the ability of mathematical problem solving of eighth graders. A sample (n = 102) was divided into two groups. One group was randomly chosen to be the experimental group that studied mathematics with developing mathematical communication skills, the other was the control group that studied mathematics using traditional method. The instrument of the study was a mathematical problem solving test. Data analysis procedures using One-Way ANOVA revealed a positive effect of developing mathematical communication skills on students' ability of mathematical problem solving.

المراجع

١ - أبو زينة، فريد (٢٠٠٣). **مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها**. الكويت : مكتبة الفلاح للنشر والتوزيع.

٢ - بدوي، رمضان مسعد (٢٠٠٣). **استراتيجيات في تعليم وتقويم تعلم الرياضيات**، (ط١). عمان : دار الفكر للنشر والتوزيع.

٣ - الشيخ، عمر حسن (٢٠٠١). **تقويم برنامج المناهج والكتب المدرسية : التقرير رقم (٥)**. عمان : المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية.

٤ - عبيد، وليم (٢٠٠٤). **تعليم الرياضيات لجميع الأطفال في ضوء متطلبات المعايير وثقافة التفكير**، (ط١). عمان : دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة.

٥ - غانم، محمود محمد (١٩٩٥). **التفكير عند الطفل : تطوره وطرق تعليمه**، (ط١). عمان : دار الفكر للنشر والتوزيع.

٦ - المساد، محمود و شطناوي، فاضل و غرايبة، شادية (٢٠٠٢). **أدلة إرشادية لمعلمي الرياضيات لمعالجة أخطاء التعلم عند الطلبة في ضوء نتائجهم على أسئلة الدراسة الدولية الثالثة للرياضيات والعلوم** (TIMSS-R). عمان : المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية.

٧ - وزارة التربية والتعليم - الأردن (١٩٨٨). المؤتمر الوطني الأول للتطور التربوي. **رسالة المعلم** ٢٩،(٣، ٤).

8 - Anderson, A. and Little, M. (2004). On the Write Path: Improving Communication in an Elementary Mathematics Classroom. **Teaching Children Mathematics, 10** (9), 468-472.

9 - Baxter, A., Woodward, J. and Olson, D.(2005). Writing in Mathematics: An Alternative Form of Communication for Academically Low-Achieving Students. **Learning Disabilities Research & Practice (Blackwell Publishing Limited), 20** (2), 119-135.

10 - Bay, M. and Ragan, A.(2000). Improving Students' Mathematical Communication and Connections using the Classic Game of 'Telephone'. **Mathematics Teaching in the Middle School, 5** (8), 486-489.

11 - Ben-Zeev, T. and Star, J.(2001). Spurious Correlation in Mathematical Thinking. **Cognition and Instruction**, 19(3), 253-276.

12 - Buschman, L. (2004). Teaching Problem Solving in Mathematics. **Teaching Children Mathematics, 10** (6), 302.

13 - Buyea, R. (2007). Problem Solving in a Structured Mathematics Program. **Teaching Children Mathematics, 13** (6), 300.

14 - Cai, J. and Jakabcsin, S.(1996). Assessing students' mathematical communication. **School Science & Mathematics, 96** (5), 238-246.

15 - Carreira, S. (2001). Where There's a Model, There's a Metaphor: Metaphorical Thinking in Students' Understanding of a Mathematical Model. **Mathematical Thinking and Learning** , 3(4), 261-287.

16 - Chang, K.; Sung, Y. and Lina, Sh. (2006). Computer-assisted learning for mathematical problem solving. **Computers & Education, 46** (2), 140-151.

17 - Chapman, O.(2005). Constructing Pedagogical Knowledge of Problem Solving : Preservice Mathematics Teachers. **International Group for the Psychology of Mathematics Education**, 2, 225-232.

18 - Coates, G.(2005). Adventures in Communication: Mathematics and English Language Development. **Connect Magazine, 19** (1), 11-13.

19 - Cook, D. and Buchholz, D.(2005). Mathematical Communication in the Classroom: A Teacher Makes a Difference. **Early Childhood Education Journal, 32** (6), 365-369.

20 - Cowan, P., Morrison, H. and McBride, F. (1998). Evidence of a Spiral Curriculum Using a Mathematical Problem-Solving Tool. **Interactive Learning Environments**, 6(3), 205-224.

21 - Crespo, M.(2003). Using Math Pen-Pals Letters to Promote Mathematical Communication. **Teaching Children Mathematics, 10** (1), 34-39.

22 - Di Pillo, M. and Sovchik, R.(1997). Exploring Middle Graders' Mathematical Thinking through Journals. **Mathematics Teaching in Middle School**, 2(5), 308-314.

23 - Enright, E. and and Beattie, A.(1992). Assessing Critical Thinking in Mathematics. **Diagnostique, 17** (2), 137-144.

24 - Fuchs, S. and others.(2008). Effects of Preventative Tutoring on the Mathematical Problem Solving of Third- Grade Students With Math and Reading Difficulties. **Exceptional Children, 74** (2),155-173.

25 - Geofrrey, P.(2008). Math Logic Mysteries: Mathematical Problem Solving with Deductive Reasoning. **Mathematics Teaching in the Middle School, 14** (1), 64-64.

26 - Gervasoni, A. (2000). Problem Solving Enhances Children's Numeracy Learning. **Australian Primary Mathematics Classroom**, 5(4), 12-14.

27 - Goldsby, D. and Cozza, B. (2002). Writing Samples to Understand Mathematical Thinking. **Mathematical Teaching in the Middle School**, 7(9), 517-521.

28 - Greenes, C. and Schulman, L.(1992). Stimulating communication in mathematics. **Arithmetic Teacher, 40** (2), 78-82.

29 - Greenwood, J.(1993).On the Nature of Teaching and Assessing Mathematical Power and Mathematical Thinking. **Arithmetic Teacher**, 41(3), 144-152.

30 - Harskamp, G. and Suhre J.M. (2006). Improving mathematical problem solving: A computerized approach. **Computers in Human Behavior, 22** (5), 801-815.

31 - Hofmann, R. and Hunter, W.(2003). Just-in-Time Algebra : A Problem Solving Approach Including Multimedia and Animation. **Mathematics and Computer Education, 37** (1),55-62.

32 - Holton, D. and Anderson, J. (1999). Mathematical Problem Solving in Support of the Curriculum ?. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology** , 30(3), 351-370.

33 - Hwang, W., Chen, N. and Hsu, R. (2006). Development and evaluation of multimedia whiteboard system for improving mathematical problem solving. **Computers & Education, 46** (2),105-121.

34 - Igo, C. ; Moore, D. ; Ramsey, J. and Rickettes, J.(2008). The Problem-Solving Approach. **Techniques : Connecting Education & Careers, 83** (1), 52-55.

35 - Jackson, L.(2000). Increasing Critical Thinking Skills To Improve Problem-Solving Ability in Mathematics. **Eric**, ED(446995).

36 - Kerekes, V.(1990). A Problem-solving Approach to Teaching Second-Year Algebra . **Mathematics Teacher, 83** (6), 432-35.

37 - Kilpatrick, J.; Swafford, J. and Findell, B. (2001). **Adding it up: Helping children learn mathematics**. Washington, DC, National Academy Press.

38 - Lewis, A. and Long, R. (1993). Fostering communication in mathematics using children's literature. **Arithmetic Teacher, 40** (8), 470-473.

39 - McCarthy, S. (2008). Communication in Mathematics: Preparing Pre-service Teachers to Include Writing in Mathematics Teaching and Learning. **School Science & Mathematics, 108** (7), 334-340.

40 - McGivney, J. and DeFranco, Th.(1995). Geometry Proof Writing: A Problem-Solving Approach a la Polya **. Mathematics Teacher, 88** (7), 552-55.

41 - Menon, R. (1996). Mathematical communication through student-constructed. **Teaching Children Mathematics, 2** (9), 530-532.

42 - Mingus, T. and Grassl, R.(1997). Using Technology To Enhance Problem Solving and Critical Thinking Skills**. Mathematics and Computer Education, 31** (3), 293-300.

43 - Montague, M. (2008). Self-Regulation Strategies to Improve Mathematical Problem Solving for Students With Learning Disabilities. **Learning Disability Quarterly, 31** (1), 37-44.

44 - National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). **Principles and Standards for Mathematics**. Reston, Virginia.

45 - O'Reilly, M. and others.(2002). Using a Problem-Solving Approach to Teach Classroom Skills to a Student with Moderate Intellectual Disabilities within Regular Classroom Settings. **International Journal of Disability, Development & Education, 49** (1), 95-104.

46 - Paul, R., Binker, A.J., Jensen, K. and Kreklau, H. (1990). **Critical Thinking Handbook: 4th - 6th Grades**. Foundation for Critical Thinking, Sonoma State University, CA.

47 - Phillips, E. and Anderson, A. (1993). Developing Mathematical Power: A Case Study. **Early Child Development and Care**, 96, 133-146.

48 - Powell, A. (1997). Capturing, Examining, and Responding to Mathematical Thinking through Writing. **Clearing House**, 71(1), 21-25.

49 - Rensick, L. (1990). Thinking in Arithmetic. **Eric**, ED (342646).

50 - Rickard, A.(2005). Evolution of a Teacher's Problem Solving Instruction: A Case Study of Aligning Teaching Practice with Reform in Middle School Mathematics. **Research in Middle Level Education Online, 29** (1), 1-15.

51 - Robinson, E. (1991). Developing Mathematical Thinking Skills in Preschool Children through a Programme of Free Constructive Play. **Eric**, ED (344681).

52 - Rogge, W.(2004). Teaching Mathematics through Problem Solving: Grades 6-12 (Book)**. Mathematics Teacher, 98** (1), 62.

53 - Rowan, E. and Mumme, J. (1990). Communication in mathematics**. Arithmetic Teacher, 38** (1), 18-22.

54 - Schielack, J., Chancellor, D. and Childs, K. (2000). Designing Questions to Encourage Children's Mathematical Thinking. **Teaching Children Mathematics**, 6(6), 398-402.

55 - Taylor, J. A. and McDonald, C. (2007). Writing in Groups as a Tool for Non-Routine Problem Solving in First Year University Mathematics. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 38** (5), 639-655.

56 - Wakefield, A. (1998). Support Math Thinking. **Education Digest**, 63(5), 59-56.

57 - Weiss, S. (2003). Mathematical Thinking. **Teaching Children Mathematics**, 9(7), 431-433.

58 - Whitin, P. and Whitin, J.(2002). Promoting Communication in the Mathematics Classroom. **Teaching Children Mathematics, 9** (4), 205-211.